

Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):

Populasi

$\{2, 4, 3\}, N = 3$

Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):

Populasi $\{2, 4, 3\}, N = 3$

Distribusi peluang

x	$P(X = x)$
2	1/3
3	1/3
4	1/3

$$E(X) = (2 + 3 + 4) \frac{1}{3} = 3$$

$$\text{Var}(X) = (2^2 + 3^2 + 4^2) \frac{1}{3} - 3^2 = 2/3$$

Distribusi Sampling Statistik

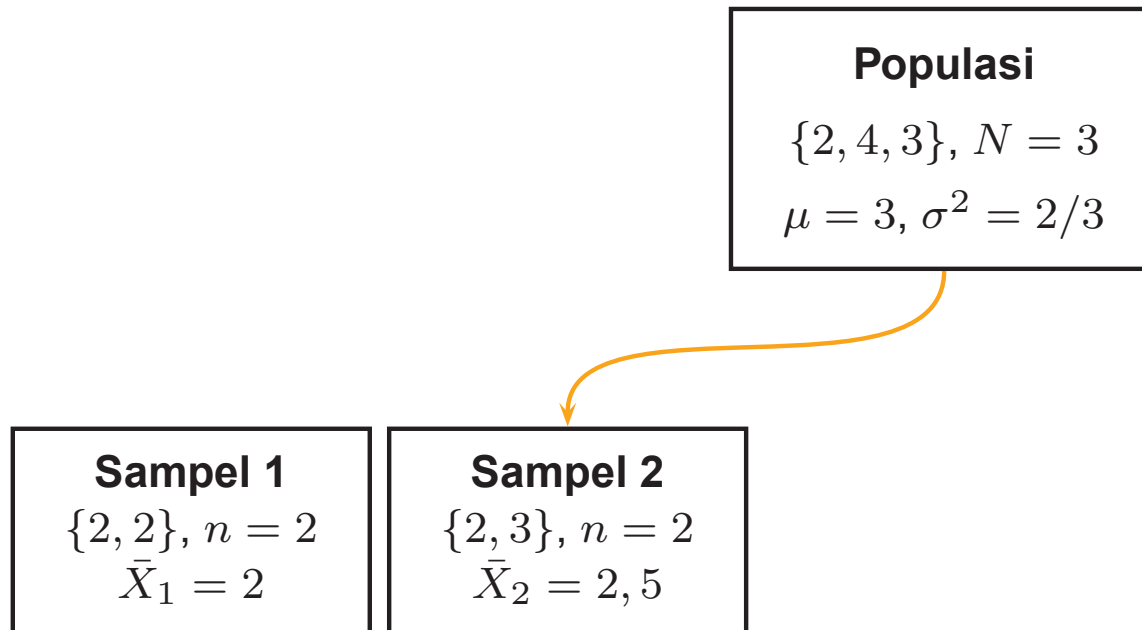
Contoh (Sampling dengan pengembalian):

Populasi
 $\{2, 4, 3\}, N = 3$
 $\mu = 3, \sigma^2 = 2/3$

Sampel 1
 $\{2, 2\}, n = 2$
 $\bar{X}_1 = 2$

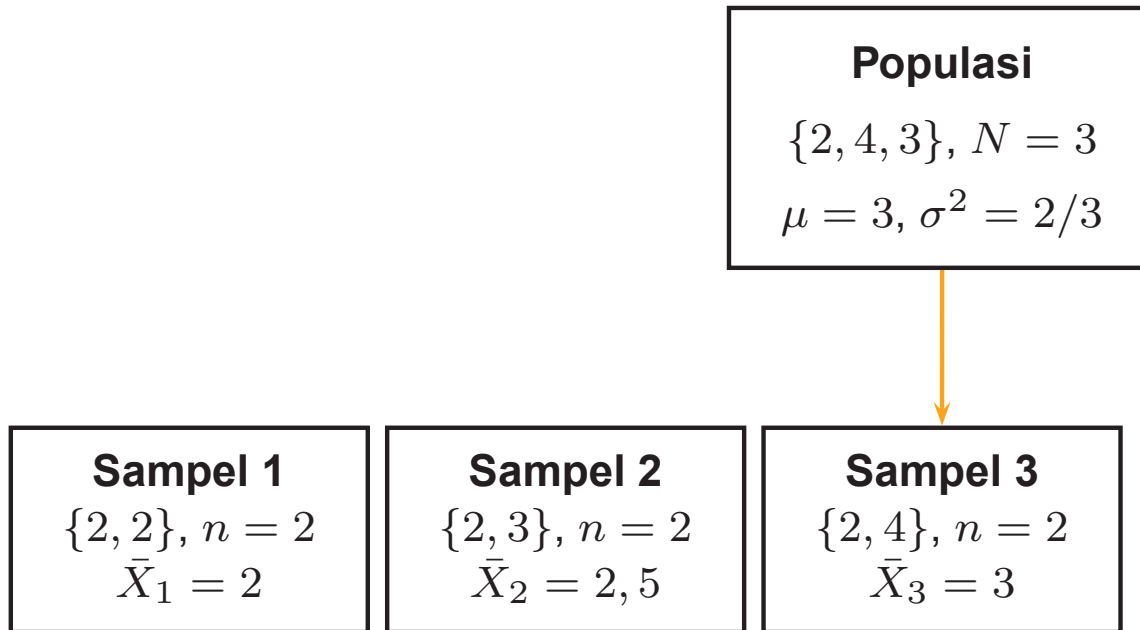
Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):



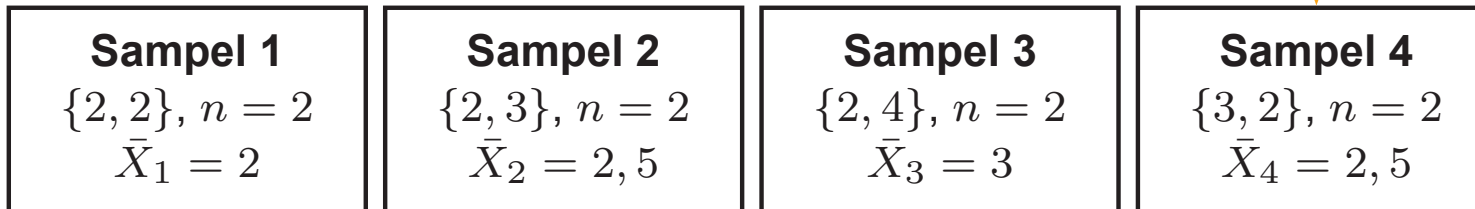
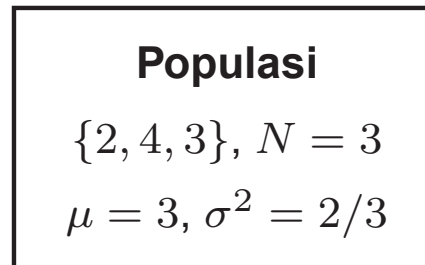
Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):



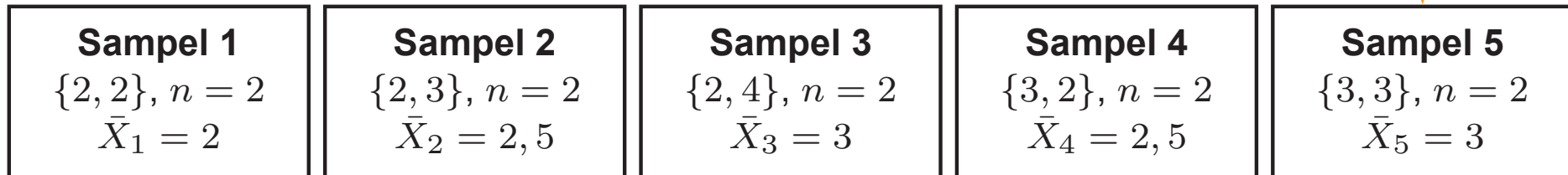
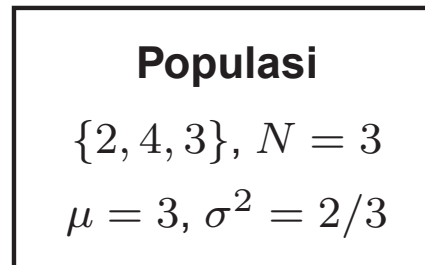
Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):



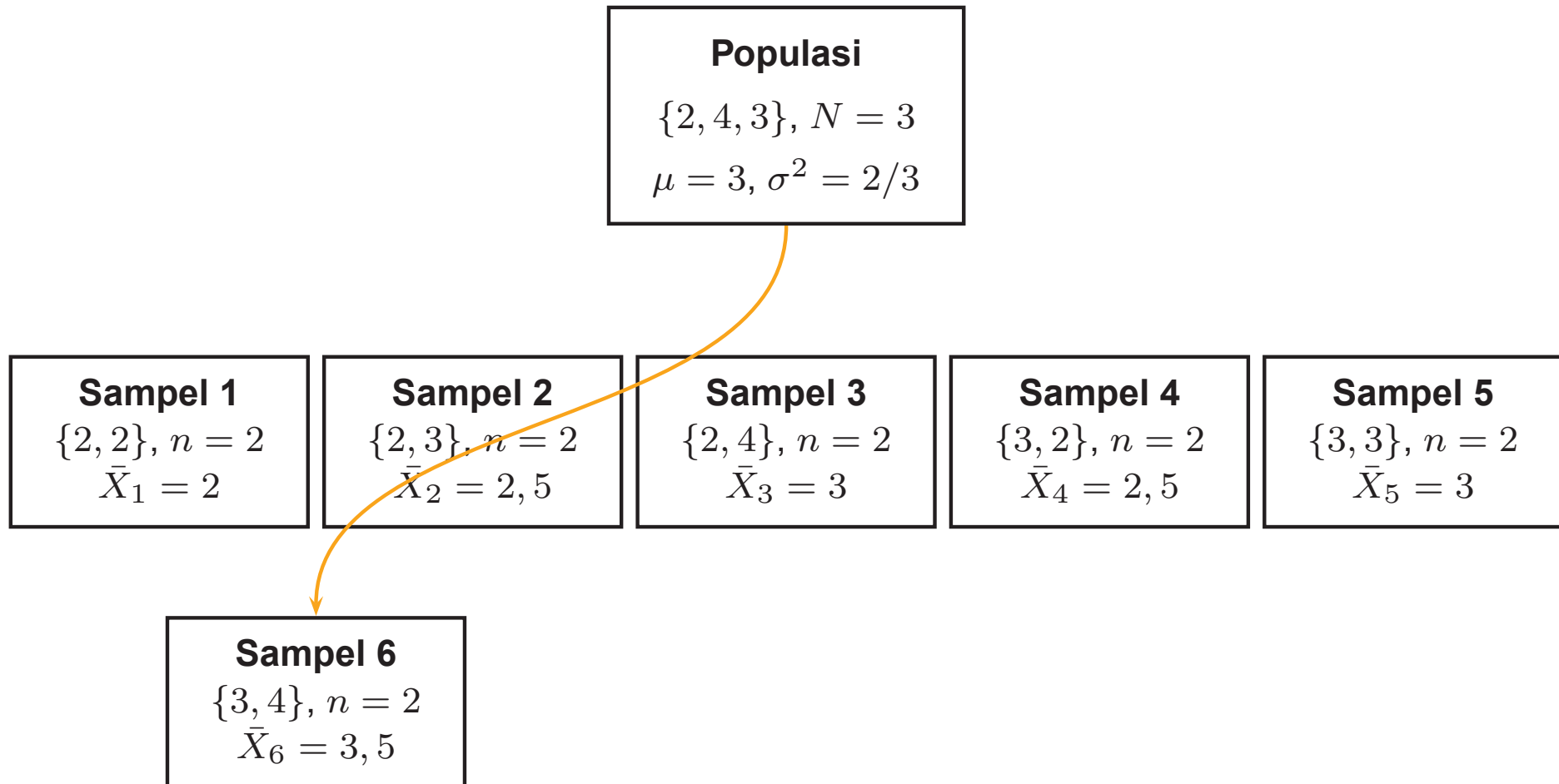
Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):



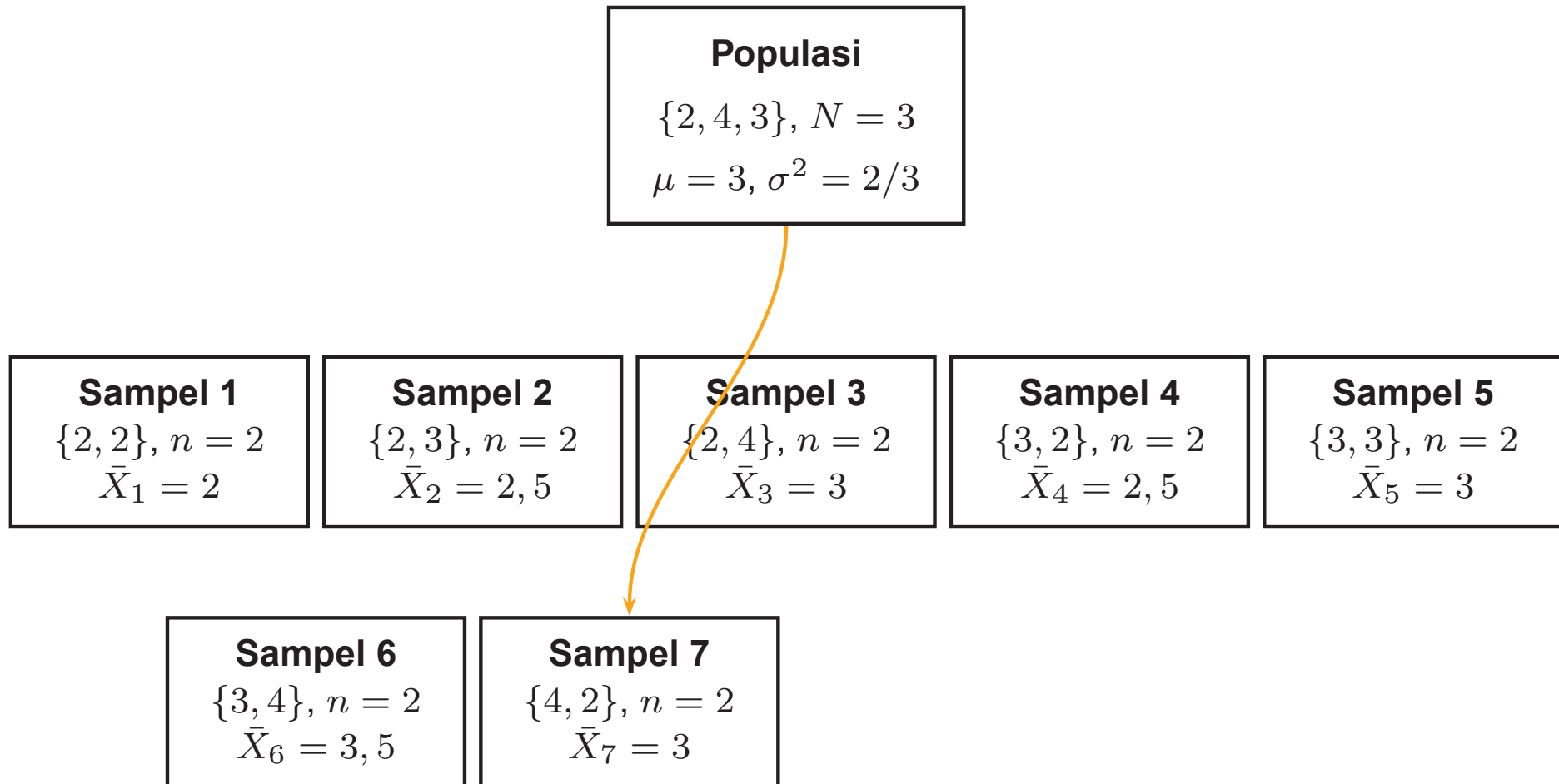
Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):



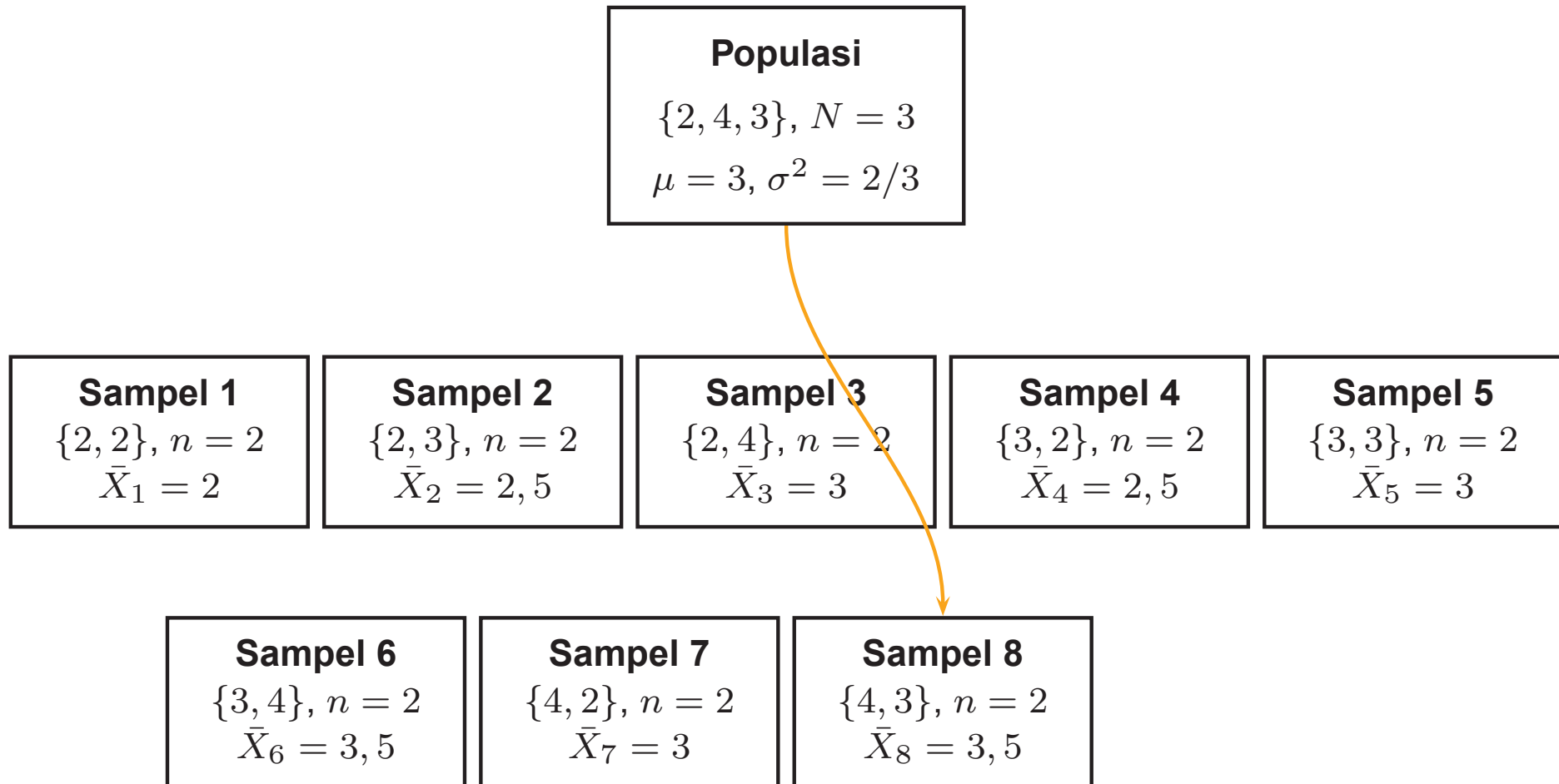
Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):



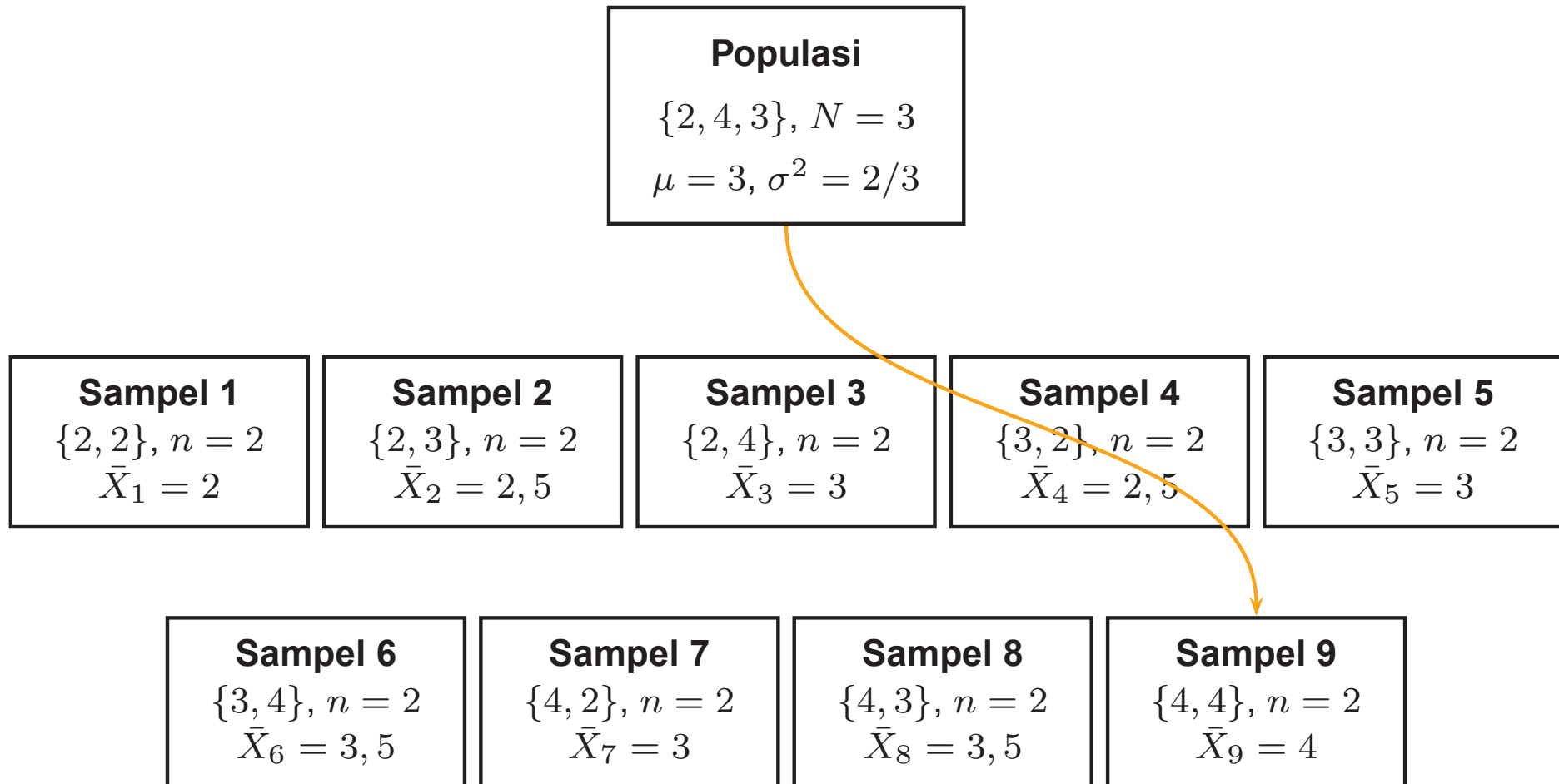
Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):



Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):



Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):

<p>Populasi</p> $\{2, 4, 3\}, N = 3$ $\mu = 3, \sigma^2 = 2/3$

<p>Sampel 1</p> $\{2, 2\}, n = 2$ $\bar{X}_1 = 2$	<p>Sampel 2</p> $\{2, 3\}, n = 2$ $\bar{X}_2 = 2,5$	<p>Sampel 3</p> $\{2, 4\}, n = 2$ $\bar{X}_3 = 3$	<p>Sampel 4</p> $\{3, 2\}, n = 2$ $\bar{X}_4 = 2,5$	<p>Sampel 5</p> $\{3, 3\}, n = 2$ $\bar{X}_5 = 3$
--	--	--	--	--

<p>Sampel 6</p> $\{3, 4\}, n = 2$ $\bar{X}_6 = 3,5$	<p>Sampel 7</p> $\{4, 2\}, n = 2$ $\bar{X}_7 = 3$	<p>Sampel 8</p> $\{4, 3\}, n = 2$ $\bar{X}_8 = 3,5$	<p>Sampel 9</p> $\{4, 4\}, n = 2$ $\bar{X}_9 = 4$
--	--	--	--

Banyaknya set sampel yang mungkin $\Rightarrow M = N^n = 3^2 = 9$

Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):

Populasi
$\{2, 4, 3\}, N = 3$
$\mu = 3, \sigma^2 = 2/3$

\bar{x}	$P(\bar{X} = \bar{x})$
2,0	1/9
2,5	2/9
3,0	3/9
3,5	2/9
4,0	1/9

Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling dengan pengembalian):

Populasi
$\{2, 4, 3\}, N = 3$
$\mu = 3, \sigma^2 = 2/3$

\bar{x}	$P(\bar{X} = \bar{x})$
2,0	1/9
2,5	2/9
3,0	3/9
3,5	2/9
4,0	1/9

$$\mu_{\bar{X}} = E(\bar{X}) = 2\left(\frac{1}{9}\right) + 2,5\left(\frac{2}{9}\right) + 3\left(\frac{3}{9}\right) + 3,5\left(\frac{2}{9}\right) + 4\left(\frac{1}{9}\right) = 3$$

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \text{Var}(\bar{X}) = 2^2\left(\frac{1}{9}\right) + 2,5^2\left(\frac{2}{9}\right) + 3^2\left(\frac{3}{9}\right) + 3,5^2\left(\frac{2}{9}\right) + 4^2\left(\frac{1}{9}\right) - 3^2 = 1/3$$

Distribusi Sampling Statistik

Sampling dengan pengembalian

Untuk sampel berukuran n dari populasi berukuran N dengan mean μ dan variansi σ^2 , mean dan variansi dari statistik \bar{X} :

$$\mu_{\bar{X}} = E(\bar{X}) = \mu$$

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling tanpa pengembalian):

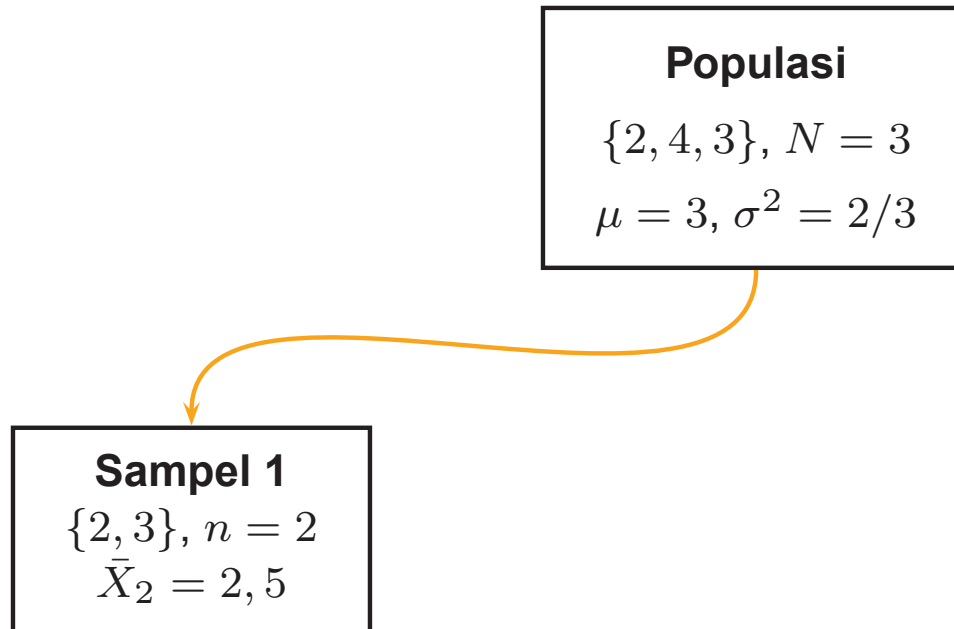
Populasi

$$\{2, 4, 3\}, N = 3$$

$$\mu = 3, \sigma^2 = 2/3$$

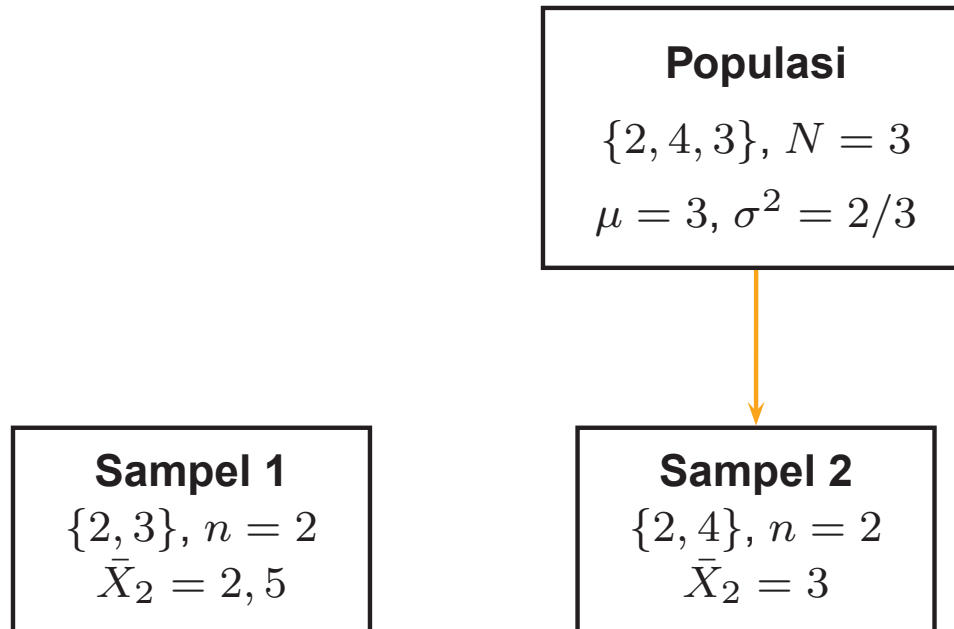
Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling tanpa pengembalian):



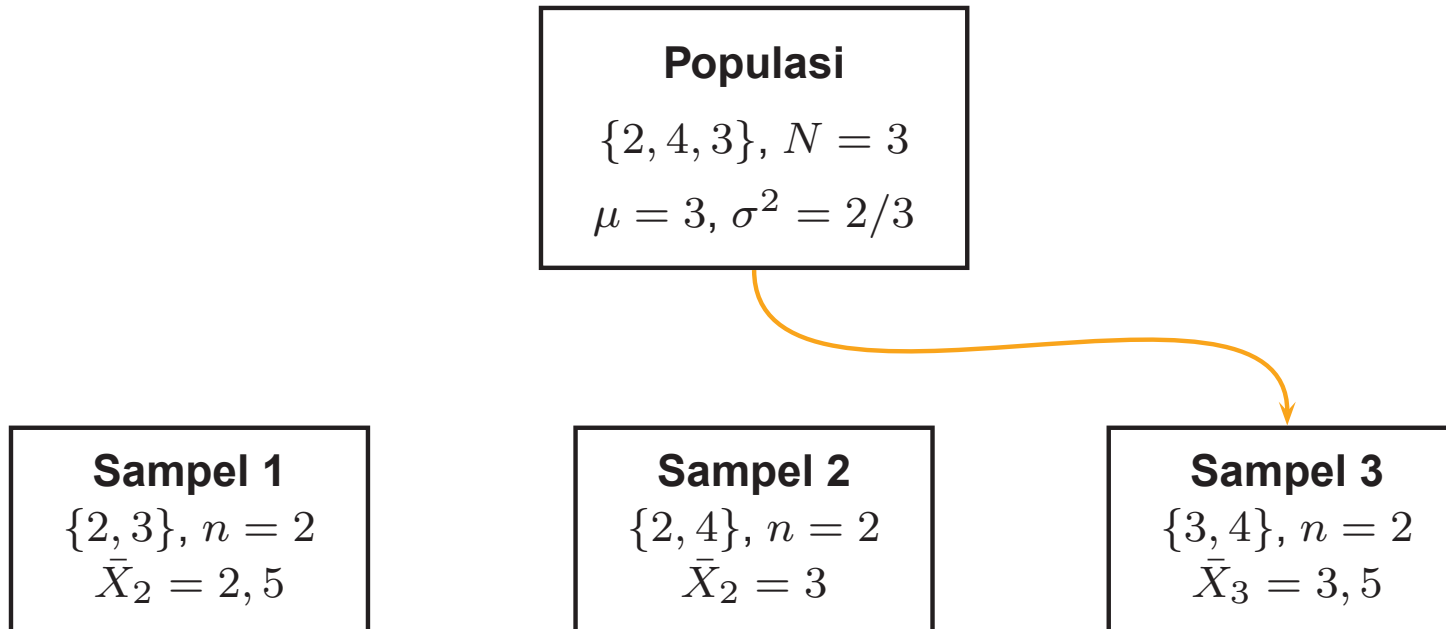
Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling tanpa pengembalian):



Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling tanpa pengembalian):



Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling tanpa pengembalian):

Populasi

$$\{2, 4, 3\}, N = 3$$

$$\mu = 3, \sigma^2 = 2/3$$

Sampel 1

$$\{2, 3\}, n = 2$$

$$\bar{X}_2 = 2,5$$

Sampel 2

$$\{2, 4\}, n = 2$$

$$\bar{X}_2 = 3$$

Sampel 3

$$\{3, 4\}, n = 2$$

$$\bar{X}_3 = 3,5$$

Banyaknya set sampel yang mungkin $\Rightarrow M = \binom{N}{n} = \binom{3}{2} = 3$

Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling tanpa pengembalian):

Populasi
$\{2, 4, 3\}, N = 3$
$\mu = 3, \sigma^2 = 2/3$

\bar{x}	$P(\bar{X} = \bar{x})$
2,5	1/3
3,0	1/3
3,5	1/3

Distribusi Sampling Statistik

Contoh (Sampling tanpa pengembalian):

Populasi $\{2, 4, 3\}, N = 3$ $\mu = 3, \sigma^2 = 2/3$
--

\bar{x}	$P(\bar{X} = \bar{x})$
2,5	1/3
3,0	1/3
3,5	1/3

$$\mu_{\bar{X}} = E(\bar{X}) = 2,5\left(\frac{1}{3}\right) + 3\left(\frac{1}{3}\right) + 3,5\left(\frac{1}{3}\right) = 3$$

$$\mu_{\bar{X}} = \text{Var}(\bar{X}) = 2,5^2\left(\frac{1}{3}\right) + 3^2\left(\frac{1}{3}\right) + 3,5^2\left(\frac{1}{3}\right) - 3^2 = 1/6$$

Distribusi Sampling Statistik

Sampling tanpa pengembalian

Untuk sampel berukuran n dari populasi berukuran N dengan mean μ dan variansi σ^2 , mean dan variansi dari statistik \bar{X} :

$$\mu_{\bar{X}} = E(\bar{X}) = \mu$$
$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}$$

Distribusi Sampling Statistik

Sifat-sifat Distribusi Sampling untuk Mean

Sifat 1: Apabila sampel-sampel random dengan n elemen masing-masing diambil dari suatu populasi yang mempunyai mean μ dan variansi σ^2 , maka distribusi sampling mean akan mempunyai mean $\mu_{\bar{X}} = \mu$ dan variansi $\sigma_{\bar{X}}^2 = \sigma^2/n$.

Sifat 2: Apabila populasi (dalam sifat 1) berdistribusi Normal, maka distribusi sampling untuk mean juga berdistribusi Normal.

Distribusi Sampling Statistik

Sifat-sifat Distribusi Sampling untuk Mean

Sifat 3 (Teorema Limit Pusat): Apabila sampel-sampel random diambil dari suatu populasi yang berdistribusi sembarang, yang mempunyai mean μ dan variansi σ^2 , maka untuk n besar, distribusi sampling untuk mean dapat dianggap mendekati Normal dengan $\mu_{\bar{X}} = \mu$ dan variansi $\sigma_{\bar{X}}^2 = \sigma^2/n$, sehingga

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

mendekati Normal Standar.

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 1:

Seorang peneliti di bidang pertanian akan meneliti hasil dari suatu varietas padi di Indonesia. Akan diteliti 5 tanah pertanian tersebar di seluruh Indonesia yang dapat ditanami padi tersebut.

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 1:

Seorang peneliti di bidang pertanian akan meneliti hasil dari suatu varietas padi di Indonesia. Akan diteliti 5 tanah pertanian tersebar di seluruh Indonesia yang dapat ditanami padi tersebut.

Populasi untuk masalah ini adalah hasil padi jenis tersebut yang diperoleh dari seluruh tanah pertanian di Indonesia.

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 1:

Seorang peneliti di bidang pertanian akan meneliti hasil dari suatu varietas padi di Indonesia. Akan diteliti 5 tanah pertanian tersebar di seluruh Indonesia yang dapat ditanami padi tersebut.

Sampel untuk masalah ini adalah hasil padi yang diperoleh dari 5 tanah pertanian yang terpilih. Sampel ini akan merupakan sampel random jika, setiap tanah pertanian di Indonesia mempunyai peluang yang sama untuk terpilih ; dan pemilihan satu tanah pertanian tidak mempengaruhi atau dipengaruhi pemilihan tanah yang lain.

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 1:

Seorang peneliti di bidang pertanian akan meneliti hasil dari suatu varietas padi di Indonesia. Akan diteliti 5 tanah pertanian tersebar di seluruh Indonesia yang dapat ditanami padi tersebut.

Sampel untuk masalah ini adalah hasil padi yang diperoleh dari 5 tanah pertanian yang terpilih. Sampel ini akan merupakan sampel random jika, setiap tanah pertanian di Indonesia mempunyai peluang yang sama untuk terpilih ; dan pemilihan satu tanah pertanian tidak mempengaruhi atau dipengaruhi pemilihan tanah yang lain.

Hal ini dapat dilakukan dengan mendaftar terlebih dahulu semua tanah pertanian di Indonesia dan diberi nomor identitas, kemudian dipilih 5 tanah pertanian secara random berdasarkan nomor identitas (misalnya dengan tabel bilangan random).

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 2:

Suatu sampel random berukuran 40 diambil dari suatu populasi dengan mean 41,4 dan variansi 84,64. Hitung peluang bahwa mean sampel itu terletak antara 40 dan 45. Anggap ukuran populasinya sangat besar relatif terhadap ukuran sampel.

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 2:

Suatu sampel random berukuran 40 diambil dari suatu populasi dengan mean 41,4 dan variansi 84,64. Hitung peluang bahwa mean sampel itu terletak antara 40 dan 45. Anggap ukuran populasinya sangat besar relatif terhadap ukuran sampel.

Berdasarkan Sifat 1, distribusi sampling untuk mean (\bar{X}) mempunyai mean ($E(\bar{X})$, harga harapan): $\mu_{\bar{X}} = \mu = 41,4$ dan variansi ($\text{Var}(\bar{X})$): $\sigma_{\bar{X}} = \sigma^2/n = 84,64/40 = 2,116$.

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 2:

Suatu sampel random berukuran 40 diambil dari suatu populasi dengan mean 41,4 dan variansi 84,64. Hitung peluang bahwa mean sampel itu terletak antara 40 dan 45. Anggap ukuran populasinya sangat besar relatif terhadap ukuran sampel.

Berdasarkan Sifat 1, distribusi sampling untuk mean (\bar{X}) mempunyai mean ($E(\bar{X})$, harga harapan): $\mu_{\bar{X}} = \mu = 41,4$ dan variansi ($\text{Var}(\bar{X})$): $\sigma_{\bar{X}} = \sigma^2/n = 84,64/40 = 2,116$.

Ukuran sampel $n = 40$ cukup besar untuk berlakunya Sifat 3,

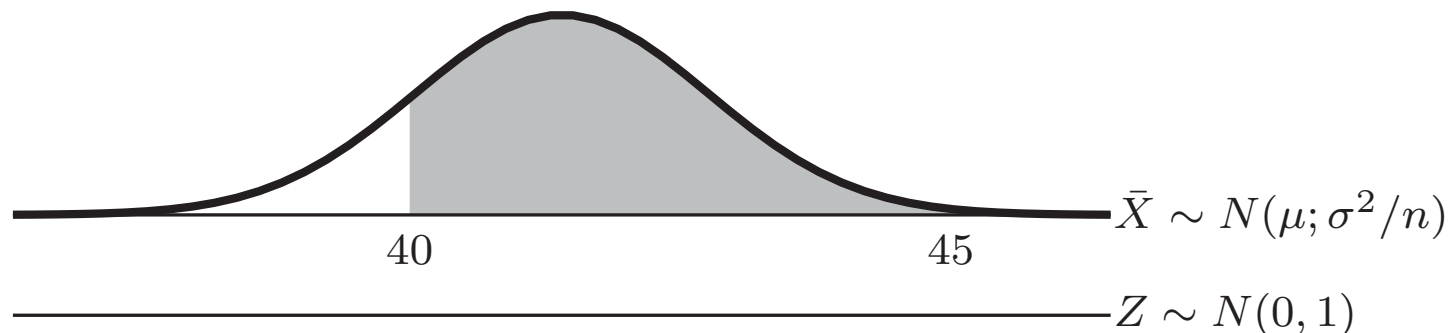
Distribusi Sampling Statistik

Contoh 2:

Suatu sampel random berukuran 40 diambil dari suatu populasi dengan mean 41,4 dan variansi 84,64. Hitung peluang bahwa mean sampel itu terletak antara 40 dan 45. Anggap ukuran populasinya sangat besar relatif terhadap ukuran sampel.

Berdasarkan Sifat 1, distribusi sampling untuk mean (\bar{X}) mempunyai mean ($E(\bar{X})$, harga harapan): $\mu_{\bar{X}} = \mu = 41,4$ dan variansi ($\text{Var}(\bar{X})$): $\sigma_{\bar{X}} = \sigma^2/n = 84,64/40 = 2,116$.

Ukuran sampel $n = 40$ cukup besar untuk berlakunya Sifat 3,



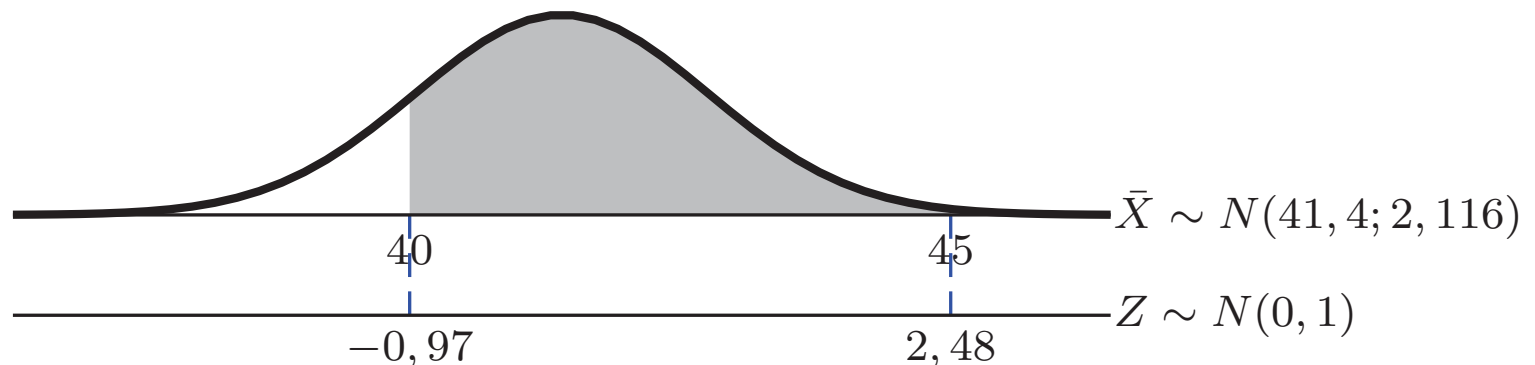
Distribusi Sampling Statistik

Contoh 2:

Suatu sampel random berukuran 40 diambil dari suatu populasi dengan mean 41,4 dan variansi 84,64. Hitung peluang bahwa mean sampel itu terletak antara 40 dan 45. Anggap ukuran populasinya sangat besar relatif terhadap ukuran sampel.

Berdasarkan Sifat 1, distribusi sampling untuk mean (\bar{X}) mempunyai mean ($E(\bar{X})$, harga harapan): $\mu_{\bar{X}} = \mu = 41,4$ dan variansi ($\text{Var}(\bar{X})$): $\sigma_{\bar{X}} = \sigma^2/n = 84,64/40 = 2,116$.

Ukuran sampel $n = 40$ cukup besar untuk berlakunya Sifat 3,



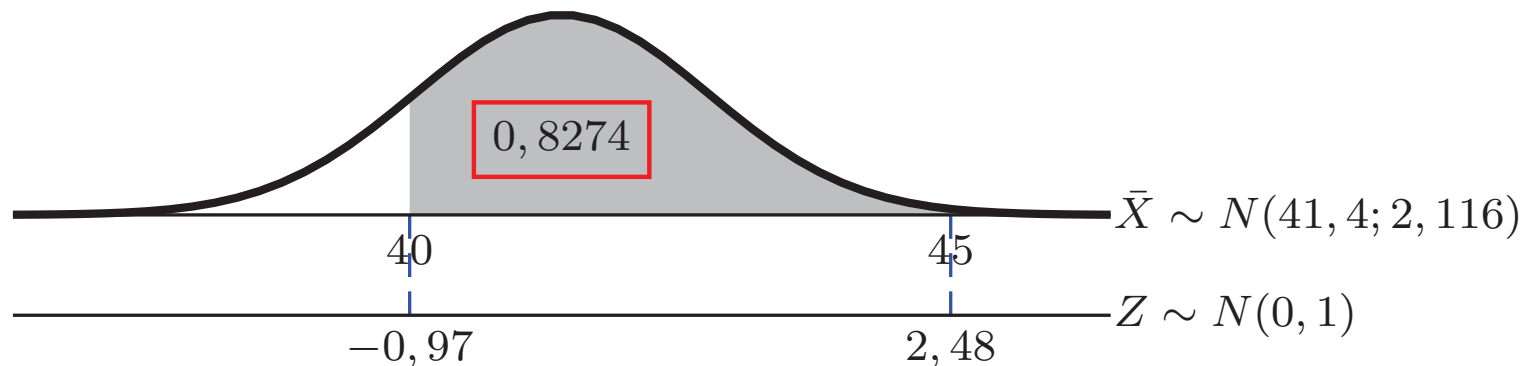
Distribusi Sampling Statistik

Contoh 2:

Suatu sampel random berukuran 40 diambil dari suatu populasi dengan mean 41,4 dan variansi 84,64. Hitung peluang bahwa mean sampel itu terletak antara 40 dan 45. Anggap ukuran populasinya sangat besar relatif terhadap ukuran sampel.

Berdasarkan Sifat 1, distribusi sampling untuk mean (\bar{X}) mempunyai mean ($E(\bar{X})$, harga harapan): $\mu_{\bar{X}} = \mu = 41,4$ dan variansi ($\text{Var}(\bar{X})$): $\sigma_{\bar{X}} = \sigma^2/n = 84,64/40 = 2,116$.

Ukuran sampel $n = 40$ cukup besar untuk berlakunya Sifat 3,



Distribusi Sampling Statistik

Contoh 3:

Diketahui suatu populasi dengan mean 82 dan deviasi standar 12.

- a. Jika suatu sampel random berukuran 64 diambil, berapa peluang bahwa mean sampel akan terletak antara 80,8 dan 83,2 ?

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 3:

Diketahui suatu populasi dengan mean 82 dan deviasi standar 12.

- a. Jika suatu sampel random berukuran 64 diambil, berapa peluang bahwa mean sampel akan terletak antara 80,8 dan 83,2 ?

Karena $n = 64$ cukup besar, dapat digunakan Teorema limit pusat (sifat 3). Distribusi \bar{X} akan mendekati normal dengan mean $\mu_{\bar{X}} = 82$ dan deviasi standar $\sigma_{\bar{X}} = 12/\sqrt{64} = 1,5$

$P(80,8 \leq \bar{X} \leq 83,2)$ dapat dihitung melalui $Z = \frac{\bar{X}-82}{1,5}$

$$\begin{aligned} P(80,8 \leq \bar{X} \leq 83,2) &= P\left(\frac{80,8 - 82}{1,5} \leq Z \leq \frac{83,2 - 82}{1,5}\right) \\ &= P(-0,8 \leq Z \leq 0,8) \\ &= 0,5762 \end{aligned}$$

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 3:

Diketahui suatu populasi dengan mean 82 dan deviasi standar 12.

- b. Berapa probabilitasnya jika ukuran sampel random 100 ?

Distribusi Sampling Statistik

Contoh 3:

Diketahui suatu populasi dengan mean 82 dan deviasi standar 12.

b. Berapa probabilitasnya jika ukuran sampel random 100 ? Untuk

$$n = 100, \sigma_{\bar{X}} = 12/\sqrt{100} = 1,2$$

$$\begin{aligned} P(80,8 \leq \bar{X} \leq 83,2) &= P\left(\frac{80,8 - 82}{1,2} \leq Z \leq \frac{83,2 - 82}{1,2}\right) \\ &= P(-1,0 \leq Z \leq 1,0) \\ &= 0,6826 \end{aligned}$$