Konsep Peluang

Statistika Inferensial: Mengambil kesimpulan, inferensi atau generalisasi tentang suatu populasi berdasarkan informasi yang diperoleh dari sampel.

Peluang (probabilitas): Harga angka yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan suatu peristiwa akan terjadi.

sangat tidak mungkin sangat mungkin

tidak mungkin mungkin ya mungkin tidak pasti

Konsep Peluang

Statistika Inferensial: Mengambil kesimpulan, inferensi atau generalisasi tentang suatu populasi berdasarkan informasi yang diperoleh dari sampel.

Peluang (probabilitas): Harga angka yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan suatu peristiwa akan terjadi.

Terminologi

Eksperimen (percobaan, *trial*): Prosedur yang dijalankan pada kondisi yang sama dan dapat diamati hasilnya (*outcome*).

Ruang sampel (semesta, *universe*: Himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu eksperimen.

Peristiwa (kejadian, *event*): Himpunan bagian dari suatu ruang sampel.

Contoh Eksperimen

Eksperimen	:	Pelemparan sebuah mata uang logam dua kali
Hasil	:	Sisi mata uang yang tampak
Ruang sampel	:	$S = \{\text{MM,MB,BM,BB}\}$ dengan M: sisi muka dan B: sisi belakang
Peristiwa	:	$A = \text{paling sedikit muncul satu belakang}$ $= \{\text{MB,BM,BB}\}$ $B = \text{muncul sisi yang sama}$ $= \{\text{MM,BB}\}$

Contoh Eksperimen

Eksperimen	:	Sebuah biji kedelai ditanam
Hasil	:	Tumbuh atau tidak tumbuh
Ruang sampel	:	$S = \{\text{tidak tumbuh, tumbuh}\}$ atau $S = \{0, 1\}$
Peristiwa	:	$A = \text{biji kedelai tumbuh}$ $\quad = \{1\}$

Contoh Eksperimen

Eksperimen	:	Pemilihan seorang mahasiswa secara random dan dicatat IPnya
Hasil	:	Bilangan antara 0 sampai dengan 4
Ruang sampel	:	$S = \{0 \leq X \leq 4 \mid X \in \mathcal{R}\}$ Himpunan bilangan real antara 0 sampai dengan 4
Peristiwa	:	$A = \text{IP di atas 2}$ $= \{2 \leq X \leq 4 \mid X \in \mathcal{R}\}$ $B = \text{IP di bawah 1}$ $= \{0 \leq X \leq 1 \mid X \in \mathcal{R}\}$

Contoh Eksperimen

Eksperimen	:	Sebuah dadu dilempar sekali
Hasil	:	
Ruang sampel	:	
Peristiwa	:	

Contoh Eksperimen

Eksperimen	:	Sebuah dadu dilempar sekali
Hasil	:	mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, 6
Ruang sampel	:	
Peristiwa	:	

Contoh Eksperimen

Eksperimen	:	Sebuah dadu dilempar sekali
Hasil	:	mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, 6
Ruang sampel	:	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Peristiwa	:	

Contoh Eksperimen

Eksperimen	:	Sebuah dadu dilempar sekali
Hasil	:	mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, 6
Ruang sampel	:	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Peristiwa	:	$A =$ muncul mata dadu genap

Contoh Eksperimen

Eksperimen	:	Sebuah dadu dilempar sekali
Hasil	:	mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, 6
Ruang sampel	:	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Peristiwa	:	$A =$ muncul mata dadu genap
		$= \{2, 4, 6\}$

Contoh Eksperimen

Eksperimen	:	Sebuah dadu dilempar sekali
Hasil	:	mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, 6
Ruang sampel	:	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Peristiwa	:	$A =$ muncul mata dadu genap $= \{2, 4, 6\}$ $B =$ muncul mata dadu gasal $= \{1, 3, 5\}$

Peluang Suatu Peristiwa

Definisi Klasik

Dianggap tiap-tiap elemen ruang sampel S mempunyai peluang yang sama untuk terjadi.

Peluang terjadinya peristiwa A,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan $n(A) =$ banyaknya anggota dalam peristiwa A, dan $n(S) =$ banyaknya anggota ruang sampel

Peluang Suatu Peristiwa

Contoh (Definisi Klasik):
Sebuah dadu dilempar sekali. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan $n(S) = 6$. Misal didefinisikan A : muncul mata dadu 3 dan B : muncul mata dadu bilangan prima $A = \{3\}$ dan $n(A) = 1$; $B = \{2, 3, 5\}$ dan $n(B) = 3$ dan

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

dan

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Peluang Suatu Peristiwa

Definisi Frekuensi Relatif
Peluang suatu peristiwa ditentukan berdasarkan frekuensi kemunculannya

Contoh:
Seorang ahli tanaman ingin tahu berapa peluang tanaman yang dicangkoknya akan hidup setelah pencangkokan.
Peluang hidup atau mati tanaman diperoleh dari pengalaman atau catatan pencangkokan tanaman yang sama sebelumnya dengan melihat frekuensi tanaman yang hidup atau mati.

Peluang Suatu Peristiwa

Definisi Peluang Subyektif
Peluang suatu peristiwa ditentukan berdasarkan penilaian subyektif

Biasanya digunakan bila tidak ada catatan tentang frekuensi peristiwa yang ingin dihitung peluangnya dan tidak dapat pula digunakan definisi klasik.

Contoh:

- Peluang JK akan menjadi presiden.
- Peluang Timnas sepakbola Indonesia akan menjadi juara dunia

Beberapa Ketentuan

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(S) = 1$ (peluang dari ruang sampel)
- $P(\emptyset) = 0$ (peluang dari peristiwa yang tidak akan pernah terjadi)
- $P(A) = 1 - P(A^c)$ (aturan komplemen)
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (aturan penjumlahan)
  Bila A dan B adalah kejadian yang saling asing,
  $A \cap B = \emptyset$, maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$
  $A \cap B$ dan $A^c \cap B$ saling asing

Peluang Bersyarat dan Independensi

Peluang Bersyarat
Diketahui A dan B dua peristiwa dari ruang sampel S, dan $P(B) > 0$, maka peluang bersyarat terjadinya A jika diketahui B telah terjadi, ditulis $P(A \mid B)$, didefinisikan sebagai

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Independensi
Dua kejadian A dan B disebut kejadian independen jika

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Peluang Bersyarat dan Independensi

Contoh (Peluang Bersyarat):

Sepasang dadu dilempar bersama jika diketahui jumlah kedua mata dadu yang keluar adalah 6, hitunglah peluang bahwa satu diantara dua dadu tersebut adalah mata dadu 2.

$B = \{\text{jumlahan mata dadu adalah 6}\}$

$\quad = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$ dan

$A = \{\text{mata dadu 2 muncul dari salah satu dadu}\}$

$\quad = \{(2,4),(4,2)\}$

$$P(A \mid B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{5}$$

Peluang Bersyarat dan Independensi

Contoh (Peluang Bersyarat):
Peluang suatu penerbangan yang telah terjadwal teratur berangkat tepat waktu adalah $P(A) = 0{,}83$; peluang sampai tepat waktu adalah $P(B) = 0{,}82$; peluang berangkat dan sampai tepat waktu adalah $P(A \cap B) = 0{,}78$.
Peluang bahwa suatu pesawat sampai tepat waktu jika diketahui berangkat tepat waktu adalah

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,78}{0{,}83} = 0{,}94$$

Peluang bahwa suatu pesawat berangkat tepat waktu jika diketahui sampai tempat waktu adalah

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}78}{0{,}82} = 0{,}95$$

Peluang Bersyarat dan Independensi

Contoh (independensi):
Suatu kota kecil mempunyai satu unit mobil pemadam kebakaran dan satu ambulans yang bekerja saling independen untuk keadaan darurat. Peluang mobil kebakaran siap saat diperlukan adalah 0,98. Peluang ambulans siap waktu diperlukan adalah 0,92. Dalam suatu kejadian kebakaran gedung, hitung peluang keduanya siap.
Misalkan A dan B menyatakan kejadian mobil pemadam kebakaran dan ambulans siap. Karena A dan B independen, peluang mobil pemadam kebakaran dan ambulans siap :

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) = 0{,}98 \times 0{,}92 = 0{,}9016$$

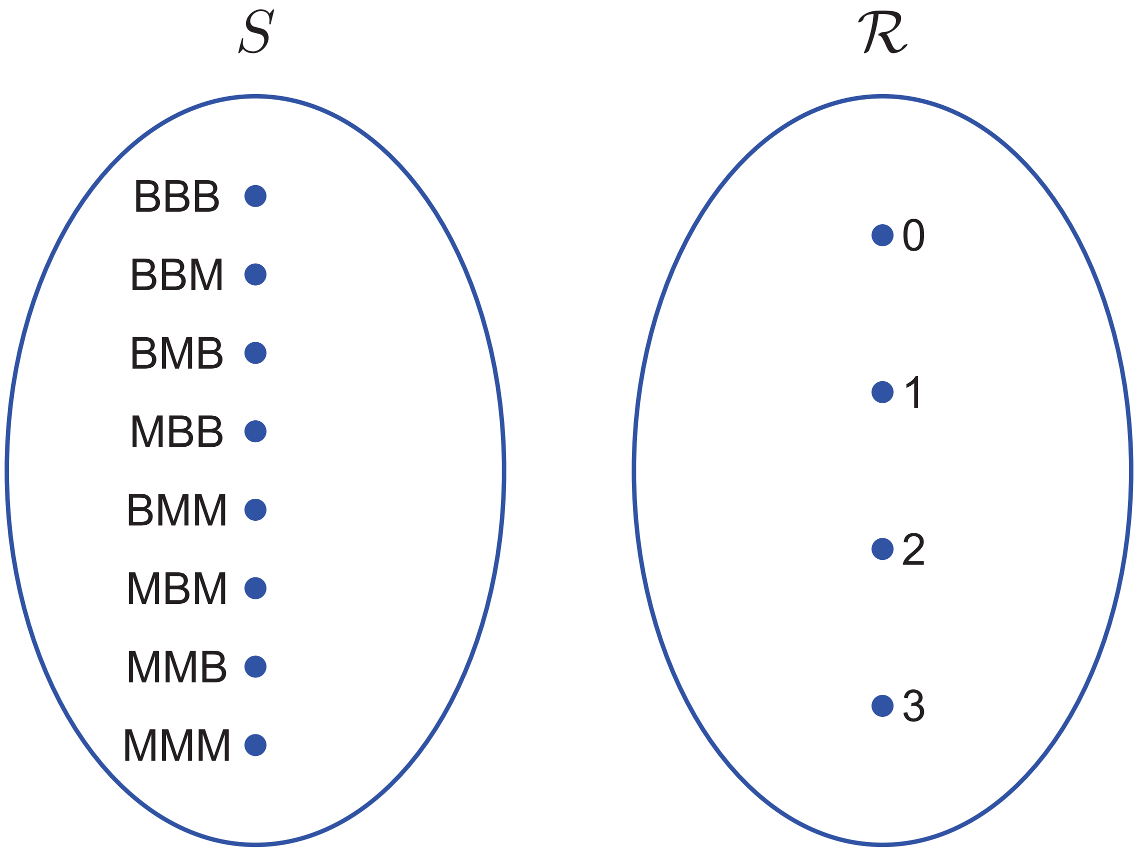
Variabel Random

Variabel random adalah suatu cara memberi harga angka kepada setiap elemen ruang sampel, atau suatu fungsi bernilai real yang harganya ditentukan oleh setiap elemen dalam ruang sampel

Contoh:
Eksperimen (proses random) melemparkan uang logam tiga kali, $S = \{\mathrm{BBB}, \mathrm{BBM}, \mathrm{BMB}, \mathrm{MBB}, \mathrm{BMM}, \mathrm{MBM}, \mathrm{MMB}, \mathrm{MMM}\}$. Didefinisikan variabel random X : banyak M (muka) muncul dalam pelemparan uang logam tiga kali.

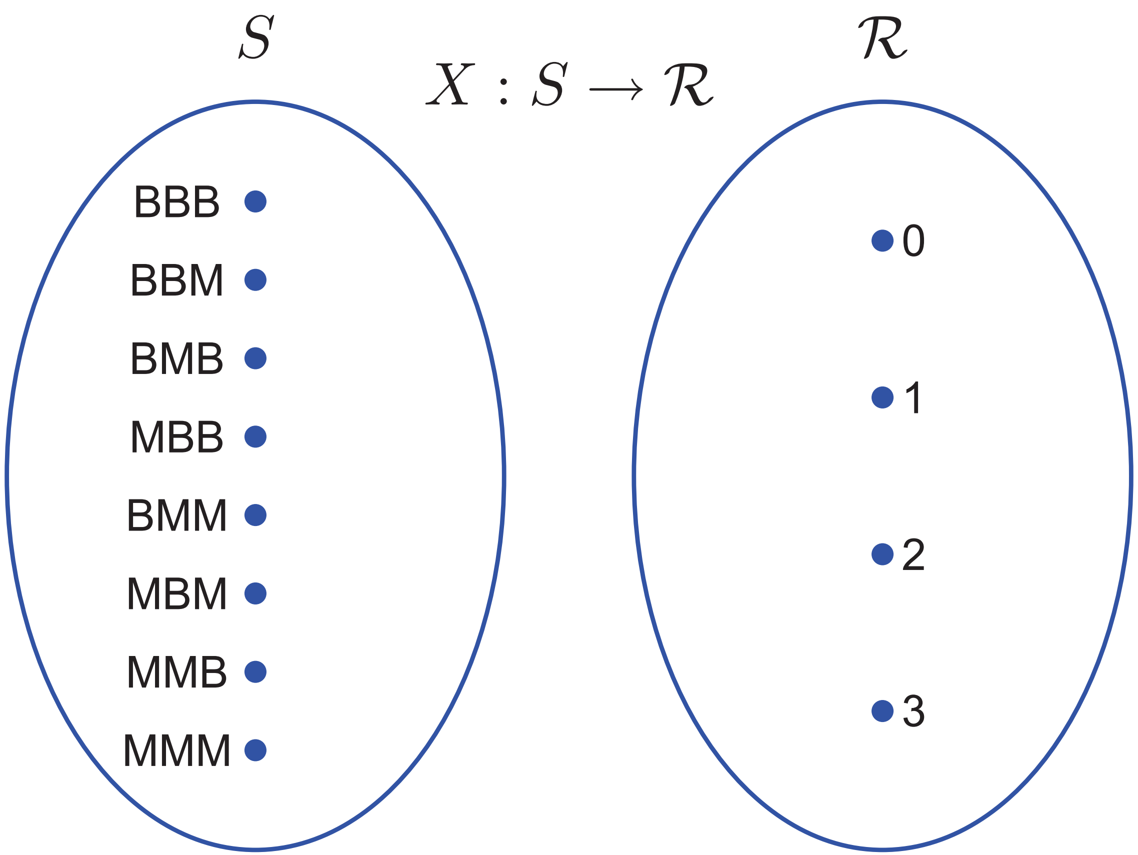
Variabel Random

Contoh (variabel random)



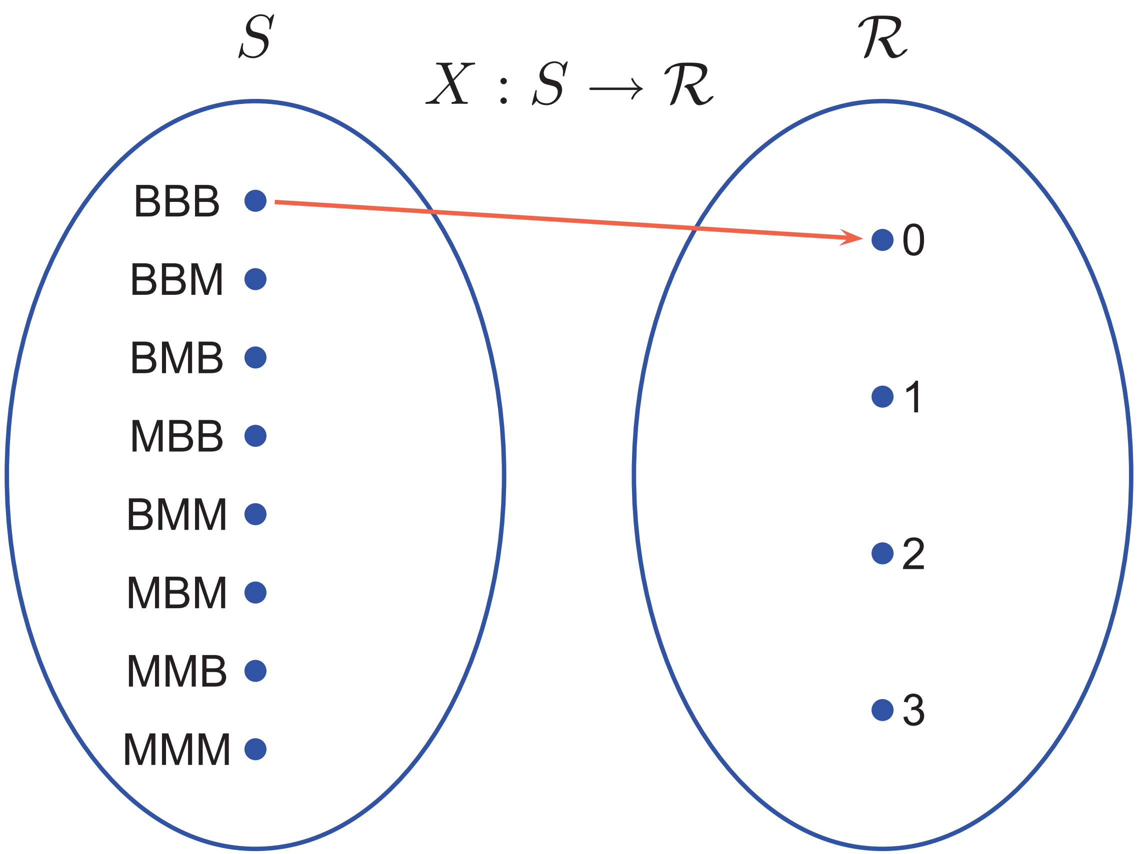
Peluang dan Variabel Random

Contoh (variabel random)



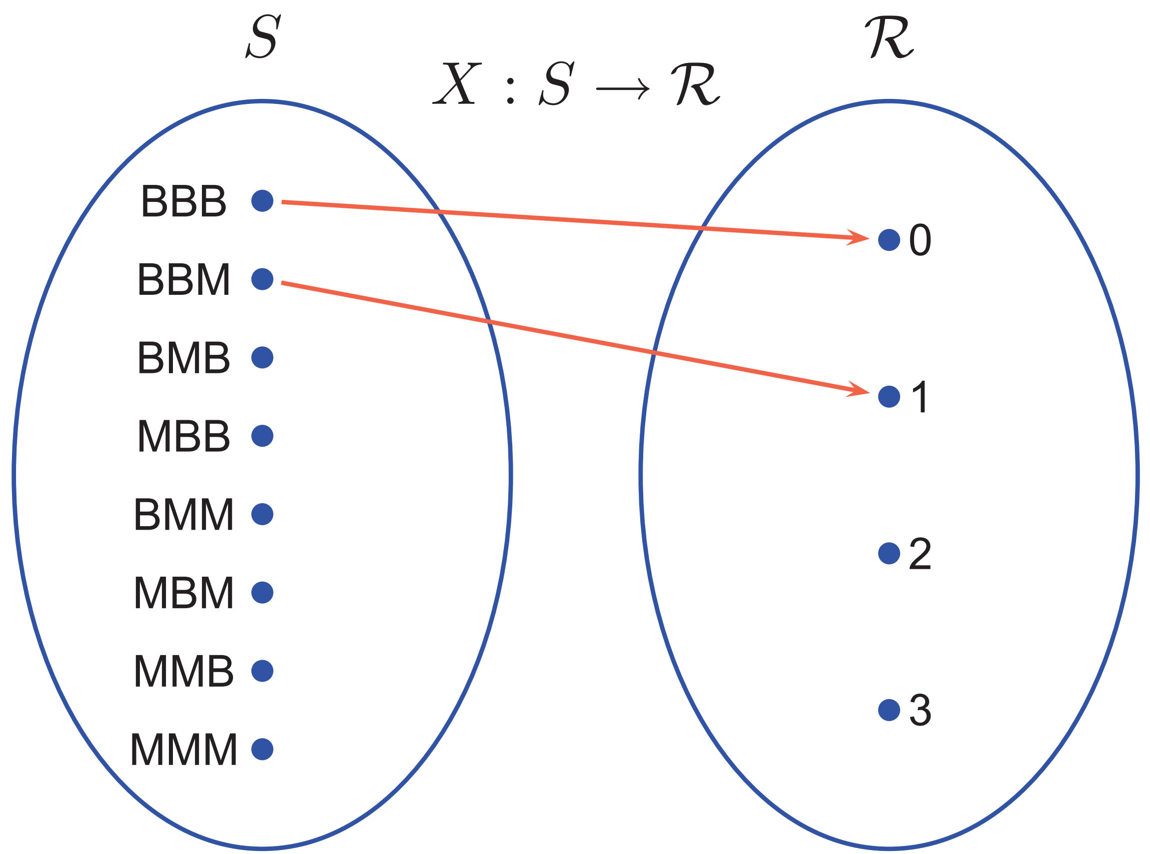
Variabel Random

Contoh (variabel random):



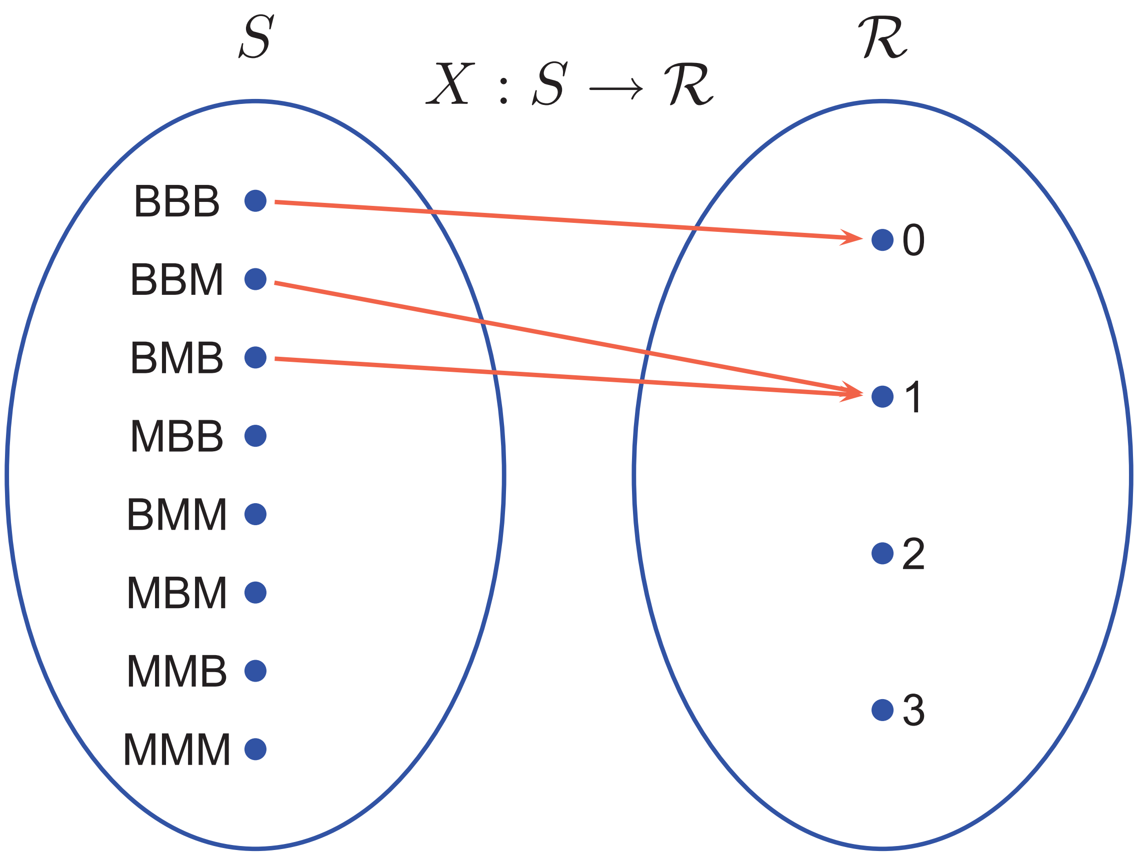
Variabel Random

Contoh (variabel random):



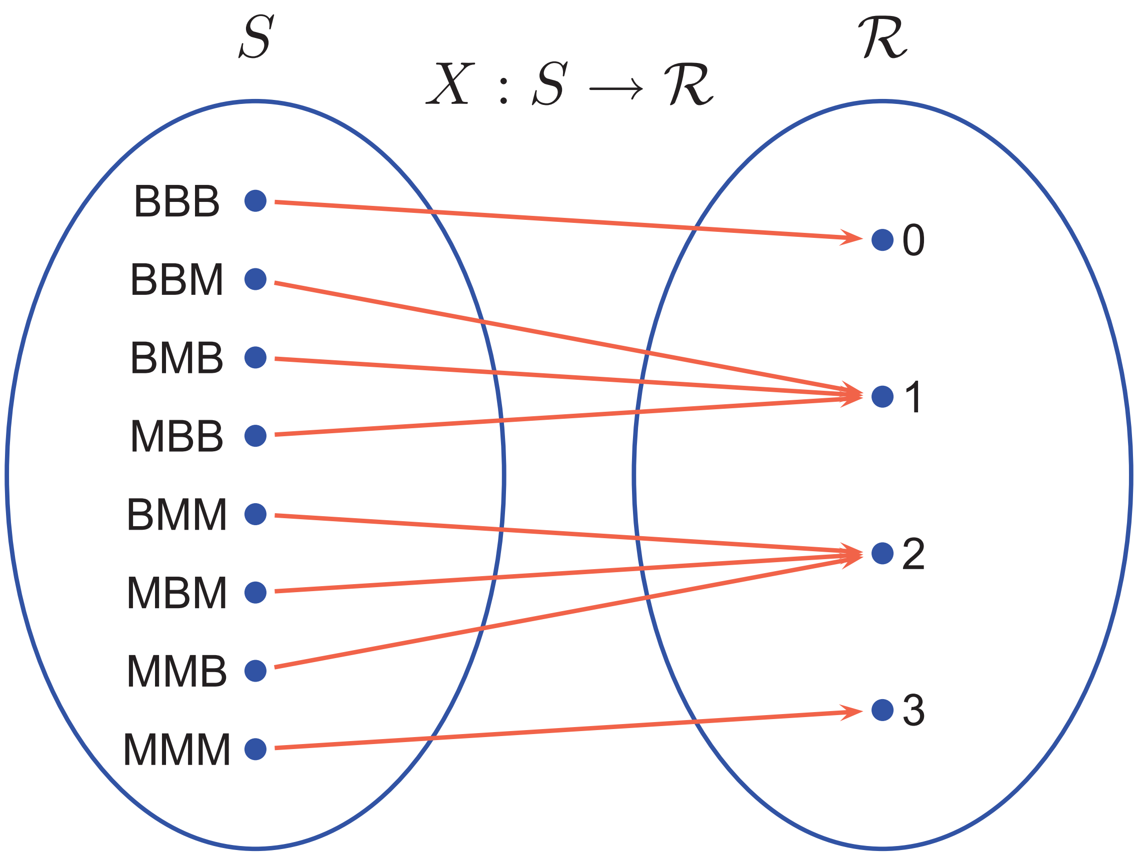
Variabel Random

Contoh (variabel random):



Variabel Random

Contoh (variabel random):



Jenis Variabel Random

Variabel random diskret: Suatu variabel random yang hanya dapat menjalani harga-harga yang berbeda yang berhingga banyaknya (sama banyaknya dengan bilangan bulat)

Variabel random kontinu: Suatu variabel random yang dapat menjalani setiap harga dalam suatu interval (tak berhingga banyaknya)

Distribusi Peluang: Model matematik yang menghubungkan semua nilai variabel random dengan peluang terjadinya nilai tersebut dalam ruang sampel. Distribusi peluang dapat direpresentasikan dalam bentuk fungsi, tabel, atau grafik. Distribusi peluang dapat dianggap sebagai frekuensi relatif jangka panjang.

Variabel Random Diskret

Distribusi Peluang Diskret
Fungsi $f(x)$ disebut sebagai fungsi peluang dari variabel random diskret X, jika untuk setiap harga x yang mungkin :

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum_x f(x) = 1$

Peluang untuk nilai x tertentu:

$$P(X = x) = f(x)$$

Distribusi kumulatif $F(x)$

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$

Variabel Random Diskret

Distribusi Peluang Diskret

Distribusi peluang X dalam bentuk tabel:

Harga X	$P(X = x) = f(x)$
x_1	P_1
x_2	P_2
$\ldots$	$\ldots$
x_k	P_k

Variabel Random Diskret

Contoh

Distribusi banyaknya sisi muka yang muncul dalam pelemparan mata uang logam tiga kali.

Harga X	$P(X = x) = f(x)$
0	$1/8$
1	$3/8$
2	$3/8$
3	$1/8$
	$\sum P(x) = 1$

Variabel Random Kontinu

Distribusi Peluang Kontinu (Fungsi Densitas)
Distribusi peluang untuk variabel random kontinu.
Fungsi $f(x)$ disebut sebagai fungsi densitas peluang dari variabel random kontinu X, jika untuk setiap harga x yang mungkin :

1. $f(x) \geq 0$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

Nilai peluang untuk interval tertentu

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$

Distribusi kumulatif F(x)

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

Variabel Random Kontinu

Contoh

Fungsi densitas suatu variabel random X

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{untuk } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{untuk } x \text{ yang lain} \end{cases}$$

Harga harapan dan Variansi

Harga Harapan (Ekspektasi, *Expected Value*)

$$\mathrm{E}(X) = \begin{cases} \sum_x x f(x) & \text{bila } X \text{ diskret} \\ \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx & \text{bila } X \text{ kontinu} \end{cases}$$

$\mathrm{E}(X)$ sering ditulis sebagai μ_X atau μ

Variansi (*Variance*)

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(X) &= \mathrm{E}(X-\mu)^2 \\ &= \mathrm{E}(X^2) - \mu^2 \end{aligned}$$

Harga harapan dan Variansi

Sifat-sifat Harga Harapan

- $\mathrm{E}(aX + b) = a\mathrm{E}(X) + b$, a, b konstan
- $\mathrm{E}\left[g(X) + h(X)\right] = \mathrm{E}\left[g(X)\right] + \mathrm{E}\left[h(X)\right]$

Sifat-sifat Variansi

$\mathrm{Var}(aX + b) = a^2\mathrm{Var}(X)$, a, b konstan

Deviasi standar (akar dari variansi):

$\sigma_X = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$

Distribusi Bernoulli

Eksperimen Bernoulli

Eksperimen dengan hanya dua hasil yang mungkin

Contoh

- melempar mata uang logam satu kali
- Mengamati telur ayam, apakah anak ayam itu jantan atau betina
- Mengamati kedelai yang ditanam, tumbuh atau tidak
- Reaksi obat pada tikus, positif atau negatif

Distribusi Bernoulli

Sifat-sifat Eksperimen Bernoulli

- tiap usaha (*trial*) menghasilkan satu dari dua hasil yang mungkin, dinamakan sukses (S) dan gagal (G);
- peluang sukses, $P(S) = p$ dan peluang gagal $P(G) = 1 - p$, atau $P(G) = q$;
- usaha-usaha tersebut independen

Distribusi Bernoulli

Distribusi Peluang Bernoulli

$$P(X = x; p) = p^x (1 - p)^{1-x},$$

dengan $x = 0, 1$ (gagal, sukses) dan p adalah peluang mendapatkan hasil sukses.

Distribusi Binomial

Distribusi Binomial

Eksperimen Bernoulli dengan n usaha dan X : banyaknya sukses dalam n usaha tersebut.

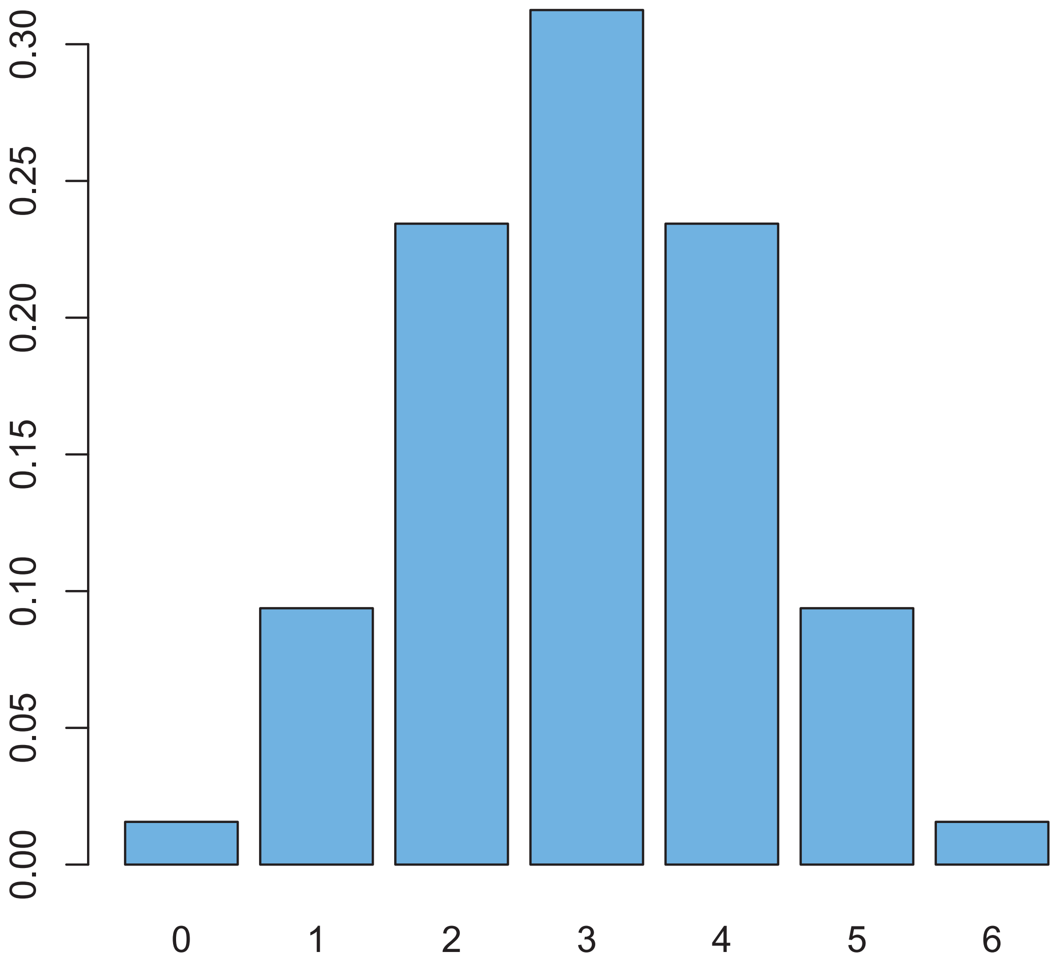
$$P(X = x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \qquad x = 0, 1, 2, \ldots, n$$

Mean dan variansi

$\mathrm{E}(X) = np$; $\mathrm{Var}(X) = np(1-p)$

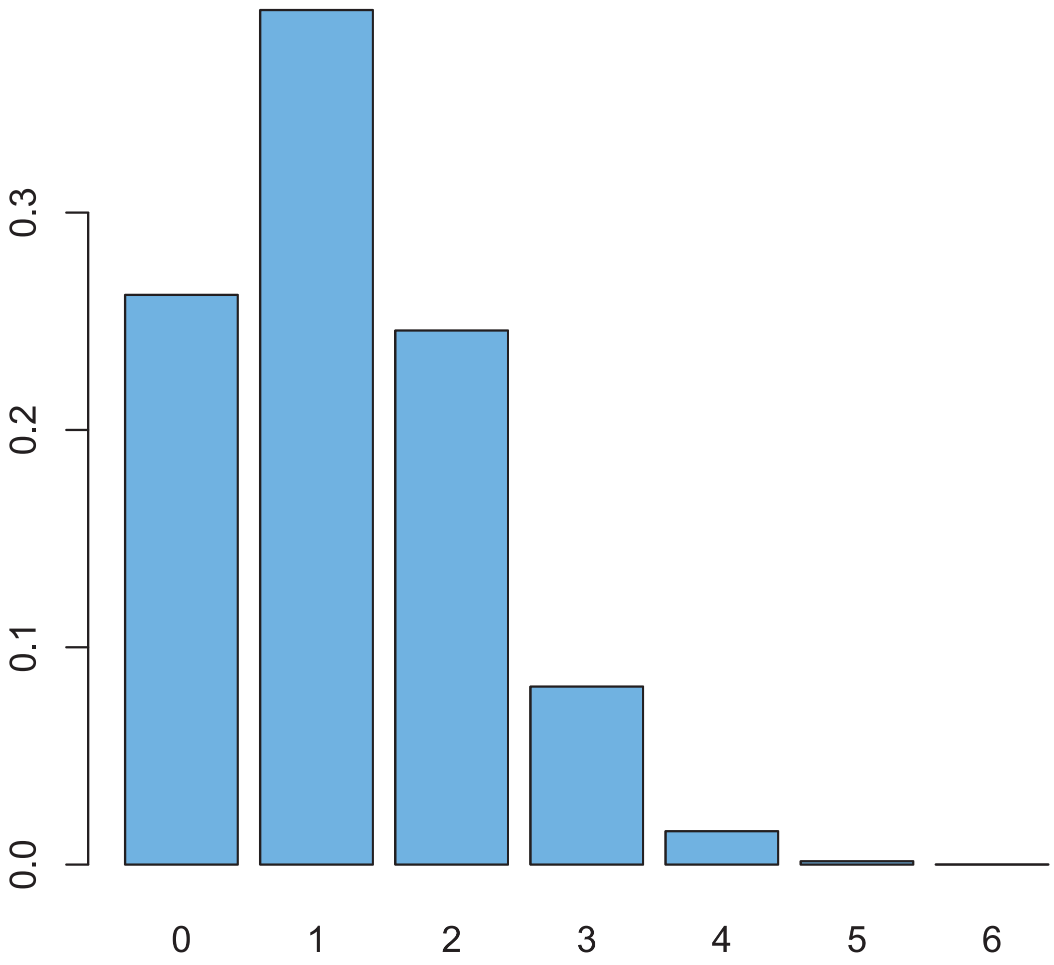
Distribusi Binomial

Binomial dengan $n = 6$, $p = 0,5$



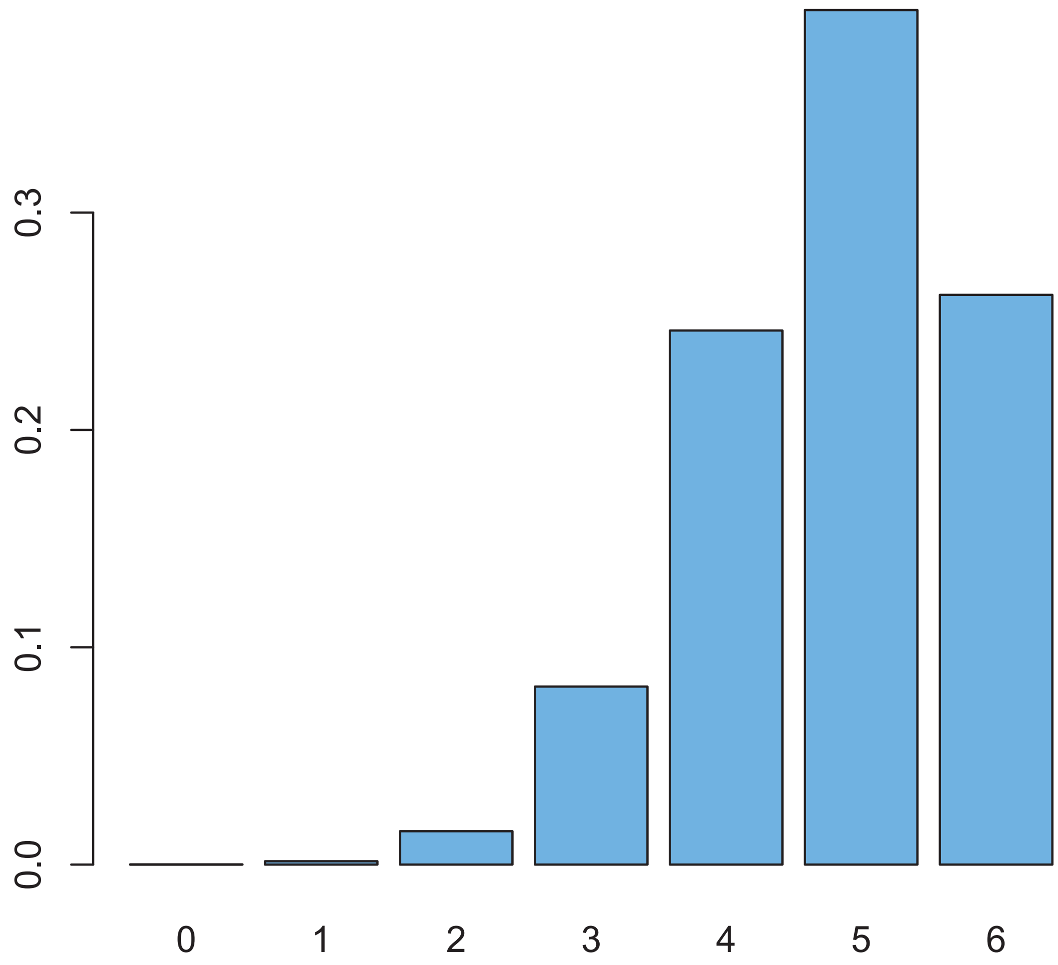
Distribusi Binomial

Binomial dengan $n = 6$, $p = 0, 2$



Distribusi Binomial

Binomial dengan $n = 6$, $p = 0,8$



Distribusi Binomial

Contoh:

Suatu uang logam yang baik (seimbang) dilempar 4 kali. X adalah banyaknya muka muncul dalam 4 kali pelemparan tersebut. Pelemparan dipandang sebagai usaha, dan sukses adalah muka muncul. X merupakan variabel random binomial dengan $n = 4$ dan $p = 1/2$ dengan distribusi peluang:

$$P(X = x; 4, \frac{1}{2}) = \binom{4}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^x (1 - \frac{1}{2})^{4-x}, \qquad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

Distribusi Binomial

<u>**Contoh:**</u>

Suatu uang logam yang baik (seimbang) dilempar 4 kali. X adalah banyaknya muka muncul dalam 4 kali pelemparan tersebut. Pelemparan dipandang sebagai usaha, dan sukses adalah muka muncul. X merupakan variabel random binomial dengan $n = 4$ dan $p = 1/2$ dengan distribusi peluang:

$$P(X = x; 4, \frac{1}{2}) = \binom{4}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^x (1 - \frac{1}{2})^{4-x}, \qquad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

Peluang muka muncul dua kali, $X = 2$

$$\begin{aligned} P(X = 2; 4, \frac{1}{2}) &= \binom{4}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 (1 - \frac{1}{2})^{4-2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Distribusi Binomial

Contoh:

Suatu uang logam yang baik (seimbang) dilempar 4 kali. X adalah banyaknya muka muncul dalam 4 kali pelemparan tersebut. Pelemparan dipandang sebagai usaha, dan sukses adalah muka muncul. X merupakan variabel random binomial dengan $n = 4$ dan $p = 1/2$ dengan distribusi peluang:

$$P(X = x; 4, \frac{1}{2}) = \binom{4}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^x (1 - \frac{1}{2})^{4-x}, \qquad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

Peluang muka muncul paling tidak dua kali, $X \geq 2$

$$\begin{aligned} P(X \geq 2; 4, \frac{1}{2}) &= P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) \\ &= \frac{11}{16} \end{aligned}$$

Distribusi Hipergeometrik

Eksperimen hipergeometrik:

- Dalam populasi berukuran N sebanyak k dinamakan sukses sedangkan sisanya $N - k$ dinamakan gagal
- sampel berukuran n diambil dari N benda
- Cara pengambilan sampel tanpa pengembalian

Distribusi Hipergeometrik

Distribusi peluang:

$$P(X = x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \qquad x = 0, 1, 2, \ldots, \min(n, k)$$

Mean dan Variansi:

$\mathrm{E}(X) = n\frac{k}{N}$; $\qquad \mathrm{Var}(X) = n\frac{k}{n}\frac{N-k}{N}\frac{N-n}{N-1}$

Distribusi Hipergeometrik

Contoh:

Suatu kotak berisi 40 suku cadang dengan 3 rusak. Sampel berukuran 5 diambil sekaligus dari kotak. Pengambilan sampel ini adalah suatu eksperimen hipergeometrik dengan X adalah banyaknya suku cadang rusak, $N = 40$, $n = 5$ dan $k = 3$ dengan distribusi peluang:

$$P(X = x; 40, 5, 3) = \frac{\binom{3}{x}\binom{37}{5-x}}{\binom{40}{5}}, \qquad x = 0, 1, 2, 3$$

Distribusi Hipergeometrik

Contoh:

Suatu kotak berisi 40 suku cadang dengan 3 rusak. Sampel berukuran 5 diambil sekaligus dari kotak. Pengambilan sampel ini adalah suatu eksperimen hipergeometrik dengan X adalah banyaknya suku cadang rusak, $N = 40$, $n = 5$ dan $k = 3$ dengan distribusi peluang:

$$P(X = x; 40, 5, 3) = \frac{\binom{3}{x}\binom{37}{5-x}}{\binom{40}{5}}, \qquad x = 0, 1, 2, 3$$

Peluang ditemukan satu suku cadang rusak dalam pengambilan sampel tersebut

$$P(X = 1; 40, 5, 3) \quad = \quad \frac{\binom{3}{1}\binom{37}{4}}{\binom{40}{5}} = 0,3011$$

Distribusi Hipergeometrik

Contoh:

Suatu kotak berisi 40 suku cadang dengan 3 rusak. Sampel berukuran 5 diambil sekaligus dari kotak. Pengambilan sampel ini adalah suatu eksperimen hipergeometrik dengan X adalah banyaknya suku cadang rusak, $N = 40$, $n = 5$ dan $k = 3$ dengan distribusi peluang:

$$P(X = x; 40, 5, 3) = \frac{\binom{3}{x}\binom{37}{5-x}}{\binom{40}{5}}, \qquad x = 0, 1, 2, 3$$

Peluang ditemukan paling tidak satu suku cadang rusak dalam pengambilan sampel tersebut

$$\begin{aligned} P(X \geq 1; 40, 5, 3) &= P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) \\ &= 0,301 + 0,0354 + 0,0010 \\ &= 0,3376 \end{aligned}$$

Distribusi Poisson

Sifat-sifat eksperimen Poisson:

- banyaknya sukses terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu tidak terpengaruh (bebas) dari apa yang terjadi pada interval waktu atau daerah yang lain,
- peluang terjadinya sukses dalam interval waktu yang singkat atau daerah yang sempit sebanding dengan panjang interval waktu, atau luas daerah dan tidak tergantung pada banyaknya sukses yang terjadi di luar interval waktu atau daerah tersebut,
- peluang terjadinya lebih dari satu sukses dalam interval waktu yang singkat atau daerah yang sempit tersebut dapat diabaikan.

Distribusi Poisson

Distribusi Peluang Poisson

X adalah banyaknya sukses dalam eksperimen Poisson, yang mempunyai distribusi probabilitas

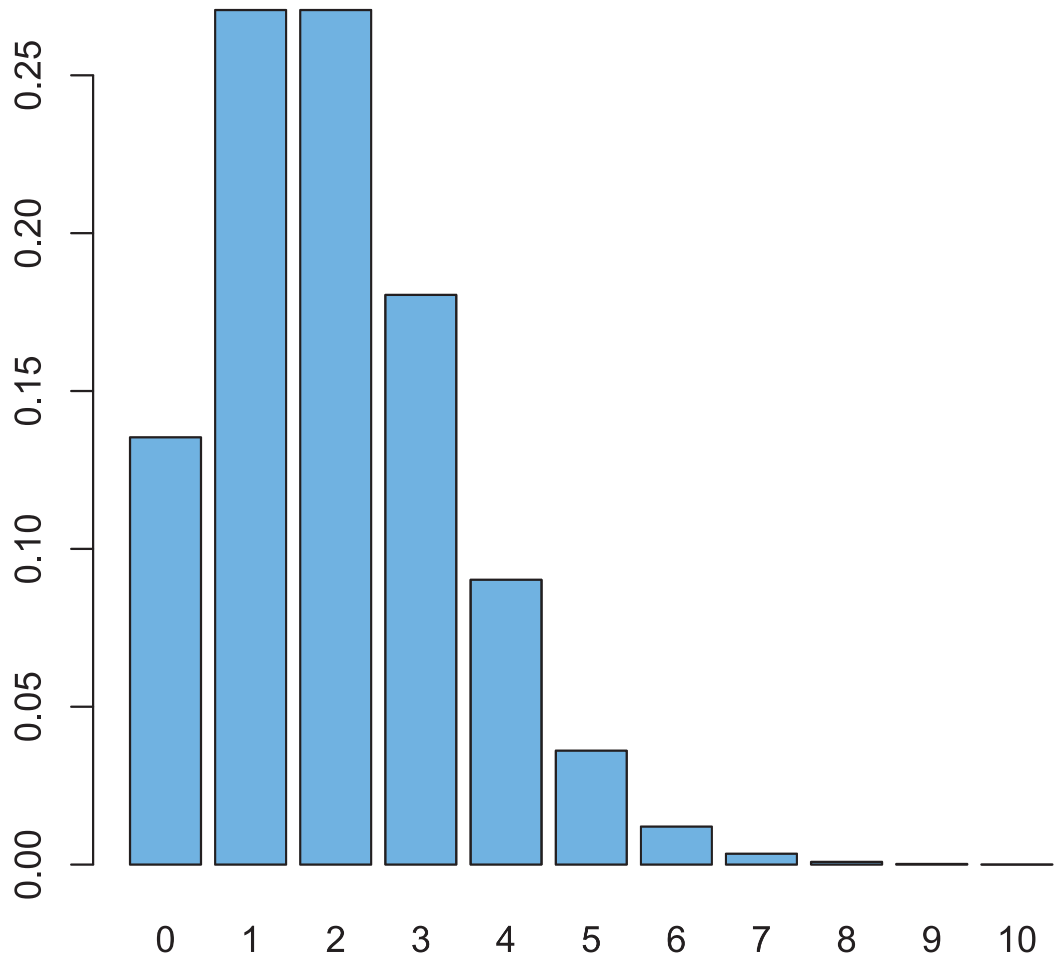
$$P(X = x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, \qquad x = 0, 1, 2, \ldots$$

Mean dan Variansi:

$\mathrm{E}(X) = \lambda$; $\qquad \mathrm{Var}(X) = \lambda$

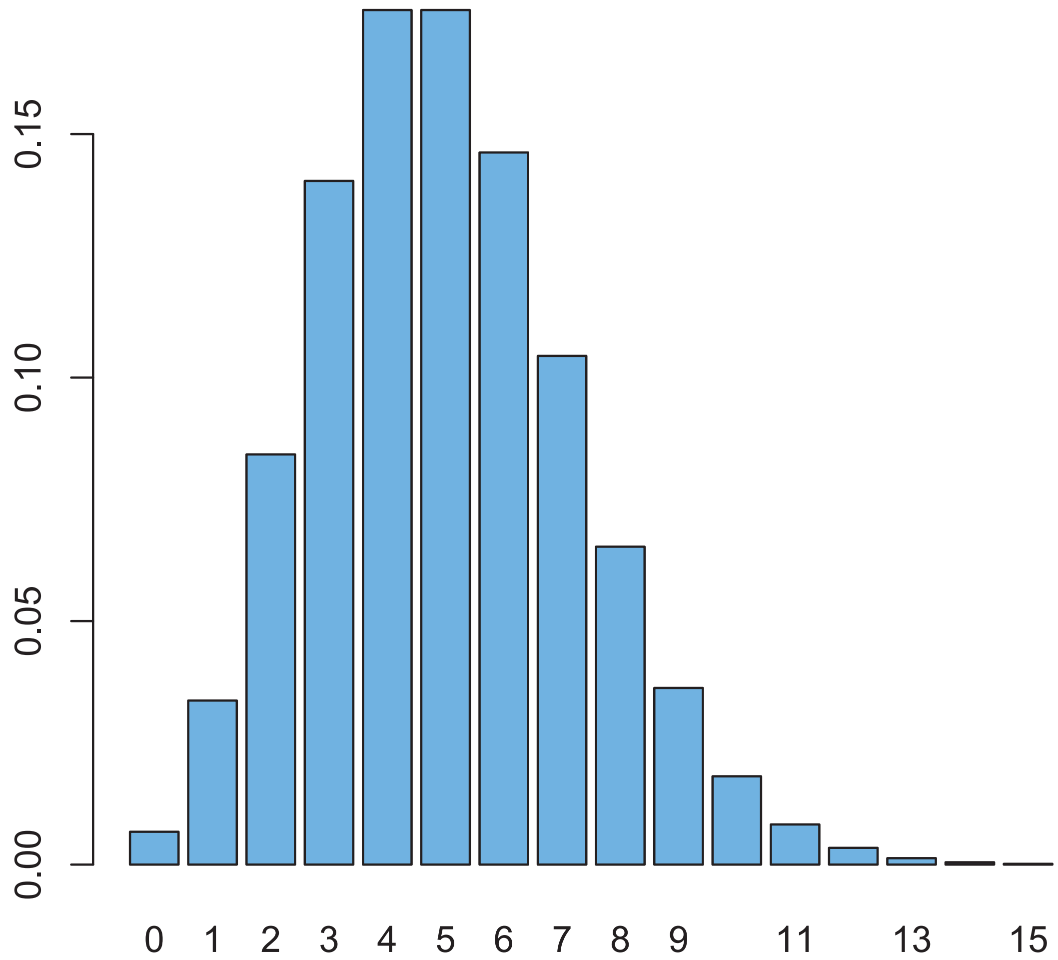
Distribusi Poisson

Poisson dengan $\lambda = 2$



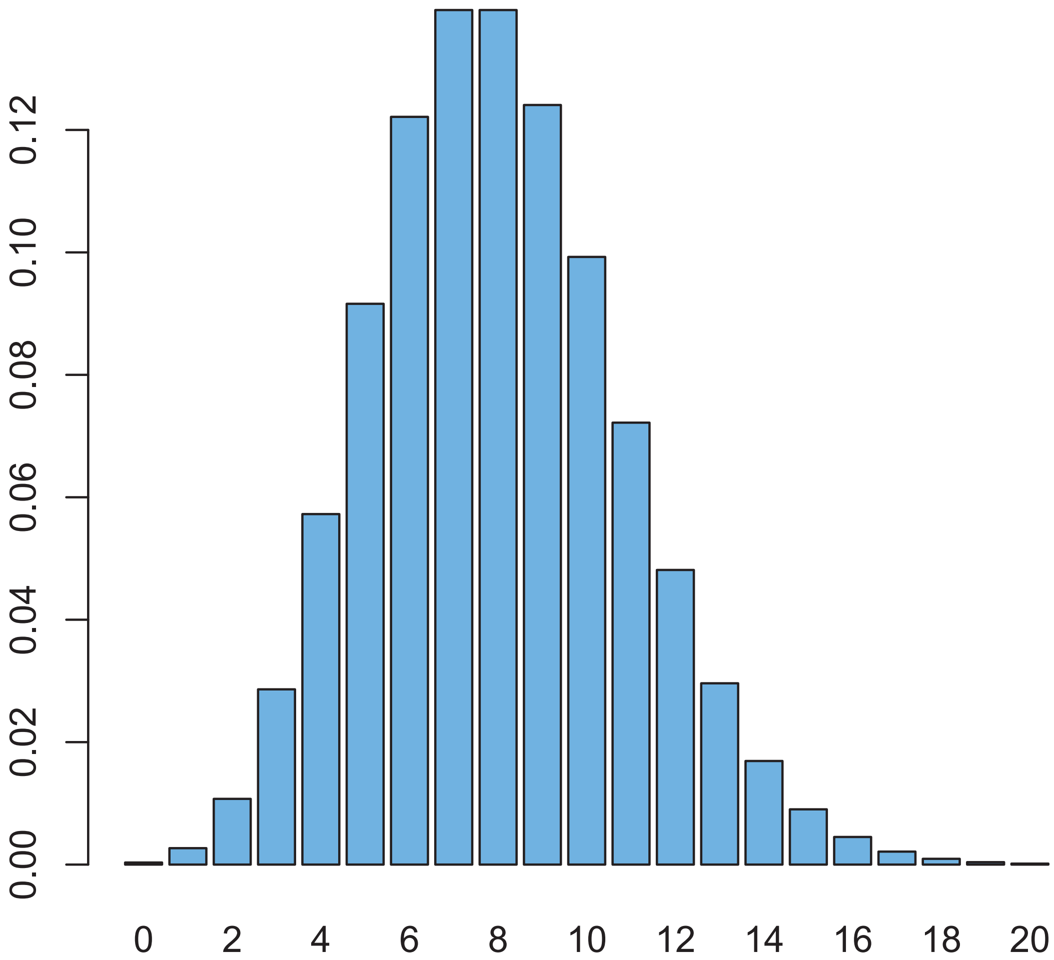
Distribusi Poisson

Poisson dengan $\lambda = 5$



Distribusi Poisson

Poisson dengan $\lambda = 8$



Distribusi Poisson

Contoh:
Rata-rata banyaknya partikel radioaktif yang melewati suatu counter selama 1 milidetik dalam suatu percobaan di laboratorium adalah 4. Peluang 6 partikel melewati counter dalam suatu milidetik tertentu adalah

$$P(X = 6; \lambda = 4) = \frac{e^{-4}4^x}{6!} = 0,1042$$

Distribusi Normal

Distribusi Normal dengan mean $\mathrm{E}(X) = \mu$ dan variansi $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$ mempunyai fungsi peluang,

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \qquad -\infty < x < \infty$$

dan $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma^2 > 0$

Distribusi Normal

Distribusi Normal dengan mean $\mathrm{E}(X) = \mu$ dan variansi $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$ (ditulis $N(\mu, \sigma^2)$) mempunyai fungsi peluang,

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \qquad -\infty < x < \infty$$

dengan $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma^2 > 0$, $\pi = 3,141593\ldots$ dan $e = 2,718282\ldots$

Distribusi Normal standar: distribusi Normal dengan mean 0 dan variansi 1, ditulis $N(0, 1)$

Distribusi Normal

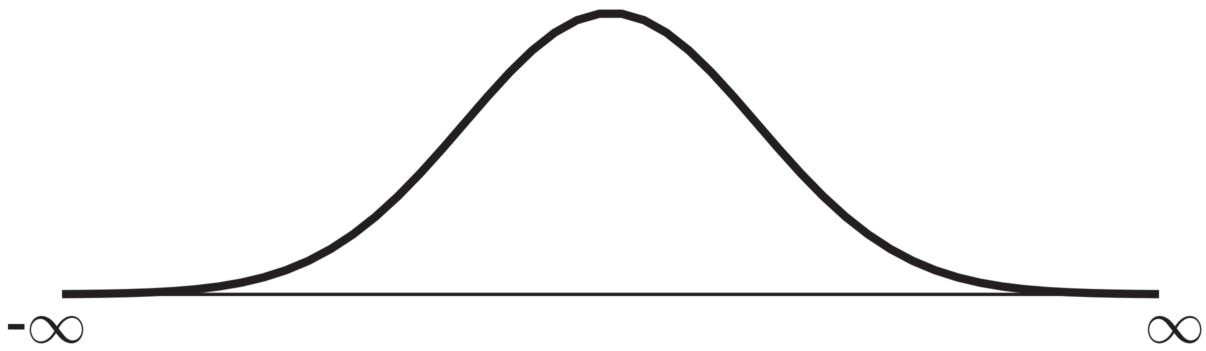
<u>Kurva Normal</u>

-∞ ∞

Sumbu x : $-\infty < x < \infty$

Distribusi Normal

Kurva Normal

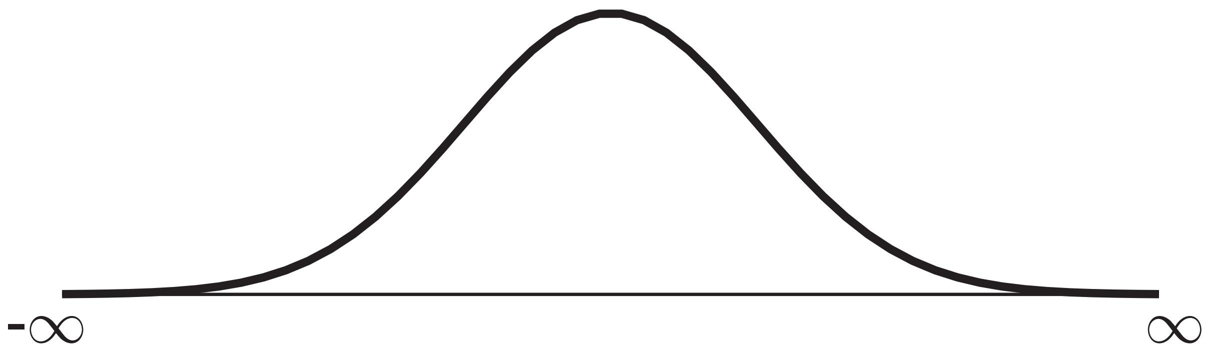


Sumbu x : $-\infty < x < \infty$
Fungsi peluang (sumbu y):

$$f(x;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \qquad -\infty < x < \infty$$

Distribusi Normal

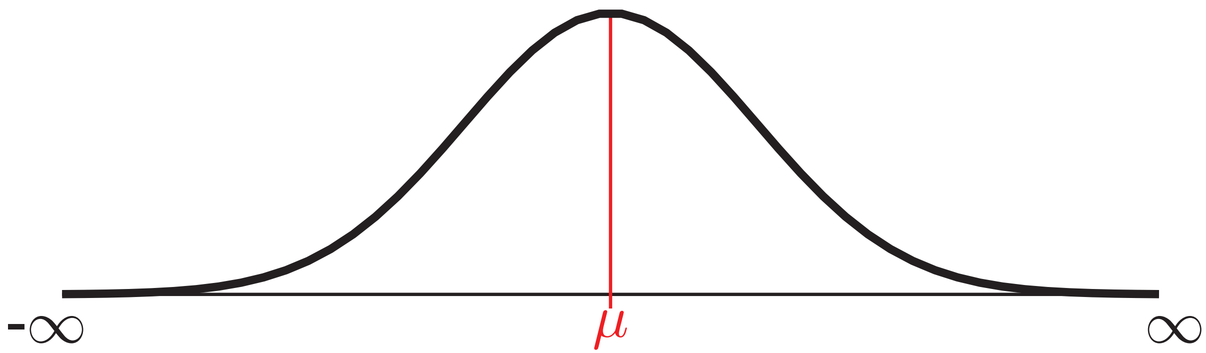
Kurva Normal



Sifat-sifat:

Distribusi Normal

Kurva Normal

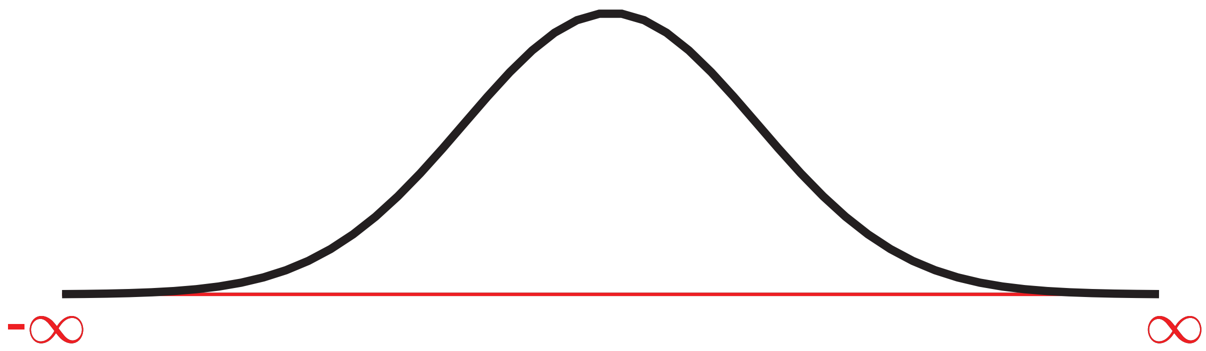


Sifat-sifat:

- simetris terhadap sumbu vertikal melalui μ,

Distribusi Normal

<u>Kurva Normal</u>

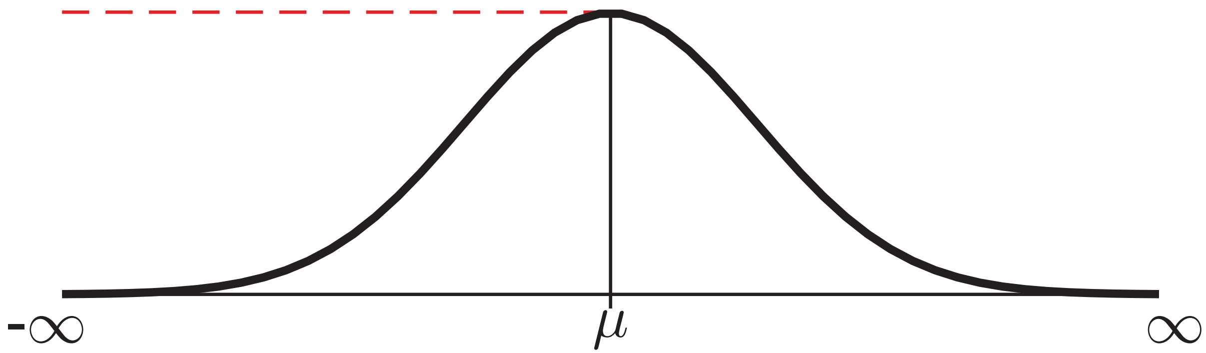


Sifat-sifat:

- simetris terhadap sumbu vertikal melalui μ,
- memotong sumbu mendatar (sumbu x) secara asimtotis,

Distribusi Normal

Kurva Normal

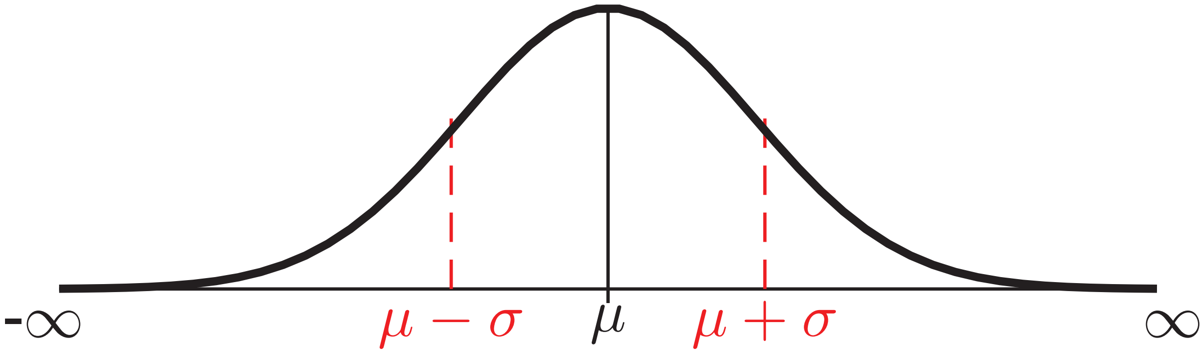


Sifat-sifat:

- simetris terhadap sumbu vertikal melalui μ,
- memotong sumbu mendatar (sumbu x) secara asimtotis,
- harga modus (maksimum) terletak pada $x = \mu$,

Distribusi Normal

<u>Kurva Normal</u>

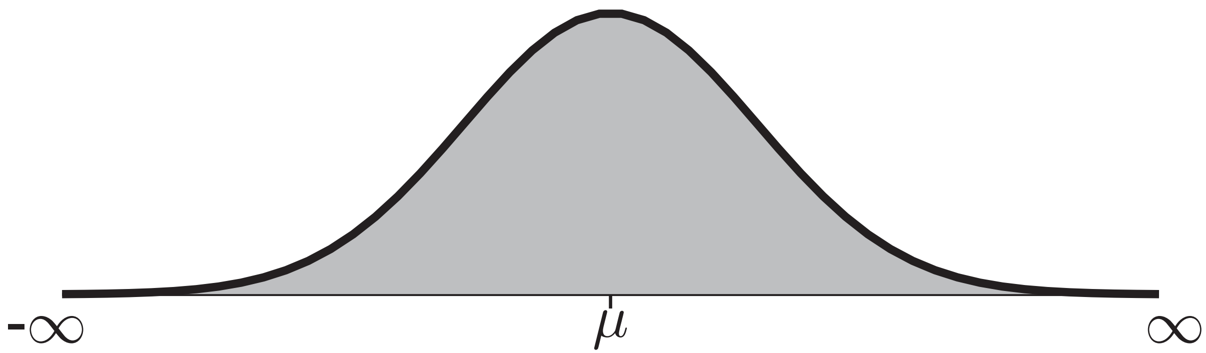


Sifat-sifat:

- simetris terhadap sumbu vertikal melalui μ,
- memotong sumbu mendatar (sumbu x) secara asimtotis,
- harga modus (maksimum) terletak pada $x = \mu$,
- mempunyai titik belok pada $x = \mu \pm \sigma$,

Distribusi Normal

Kurva Normal

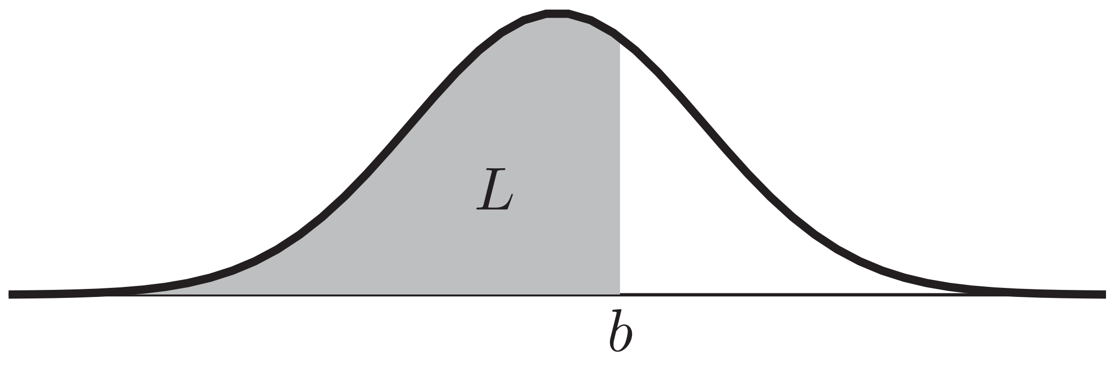


Sifat-sifat:

- simetris terhadap sumbu vertikal melalui μ,
- memotong sumbu mendatar (sumbu x) secara asimtotis,
- harga modus (maksimum) terletak pada $x = \mu$,
- mempunyai titik belok pada $x = \mu \pm \sigma$,
- luas kurva Normal sama dengan 1.

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal

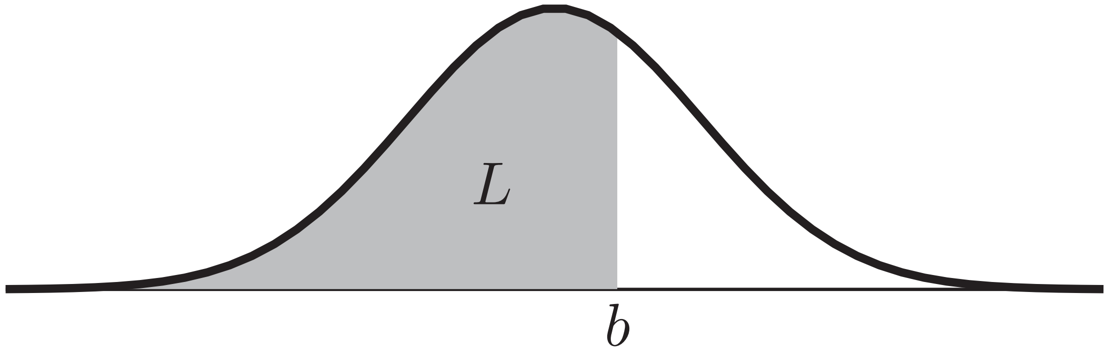


Luasan kurva di bawah kurva normal sampai batas b:

$$L = \int_{-\infty}^{b} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal

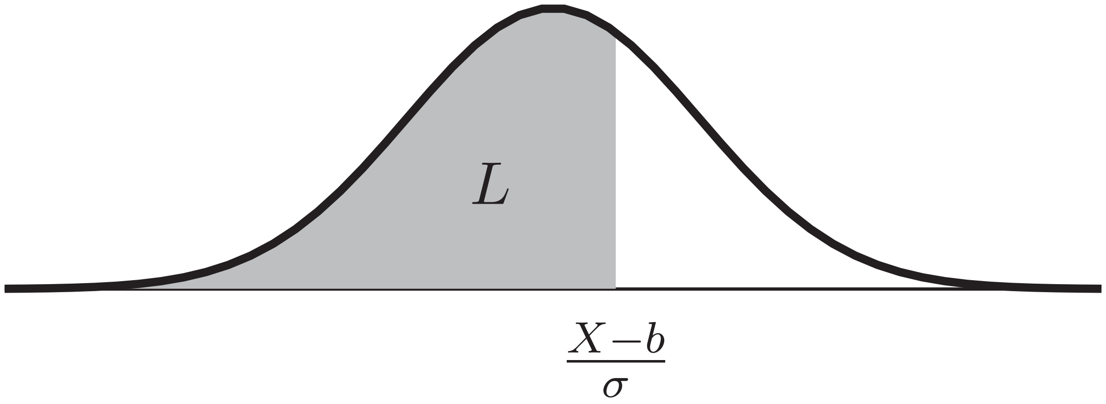


Dapat dihitung menggunakan tabel Normal Standar dengan terlebih dahulu mentransformasikan skala $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ke $Z \sim N(0, 1)$,

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Distribusi Normal

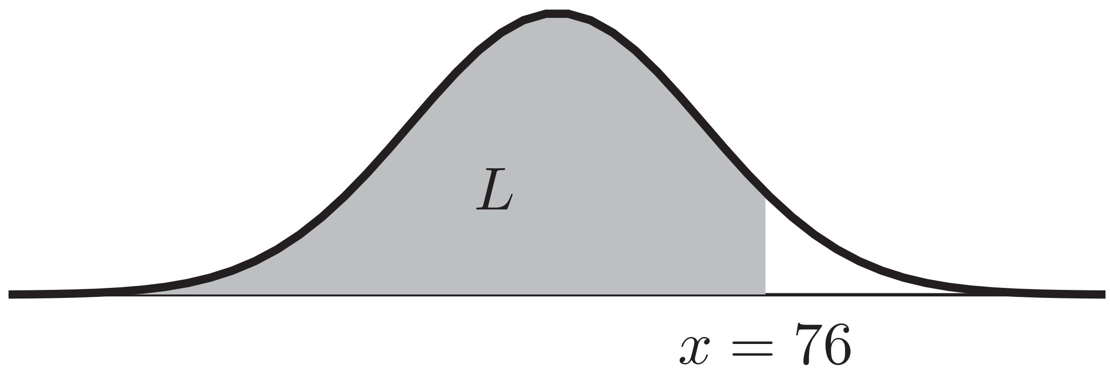
Luasan di bawah Kurva Normal



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,4										
-3,3										
...										
0,0										
...										
3,3										
3,4										

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



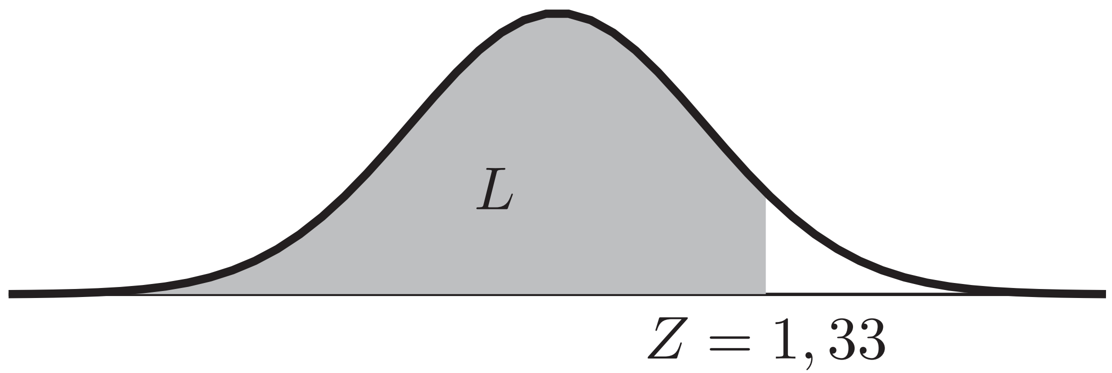
Contoh 1:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$

Hitunglah luas kurva Normal mulai ekor paling kiri ($-\infty$) sampai 76

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



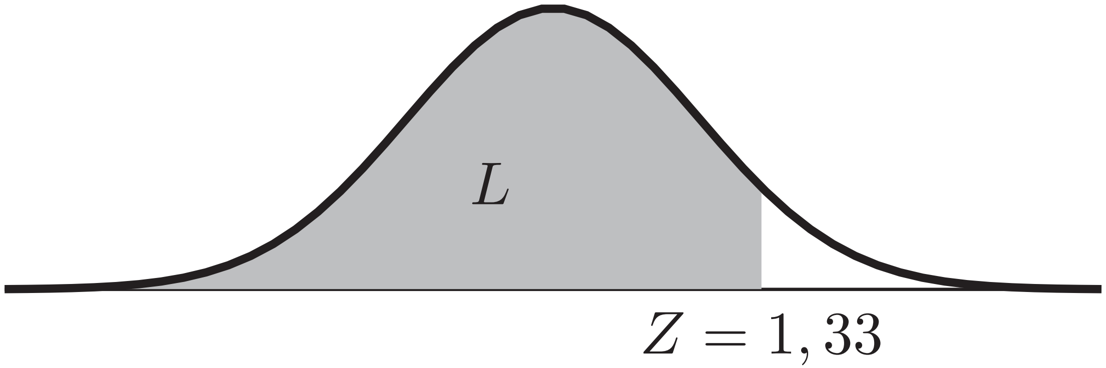
Contoh 1:

transformasi dari X ke Z,

$$\begin{aligned} Z &= \frac{X-\mu}{\sigma} \\ &= \frac{76-60}{12} \\ &= 1,33 \end{aligned}$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal

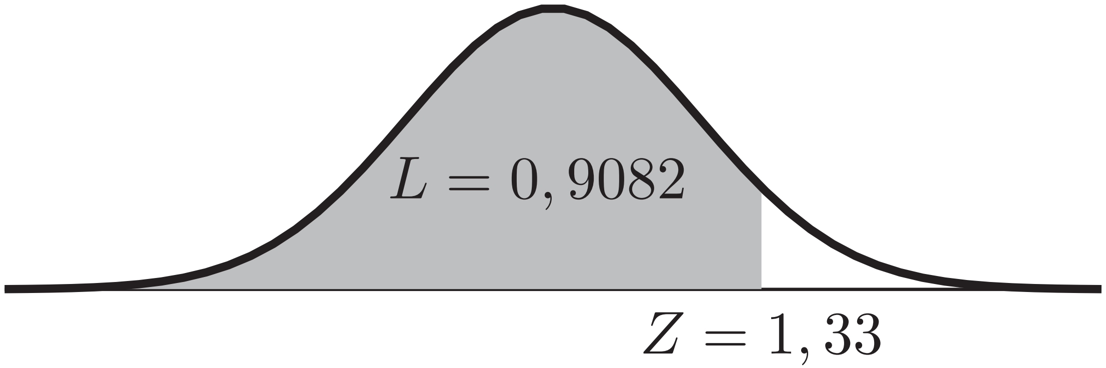


Contoh 1:

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
...										
0,0										
...										
1,3										

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal

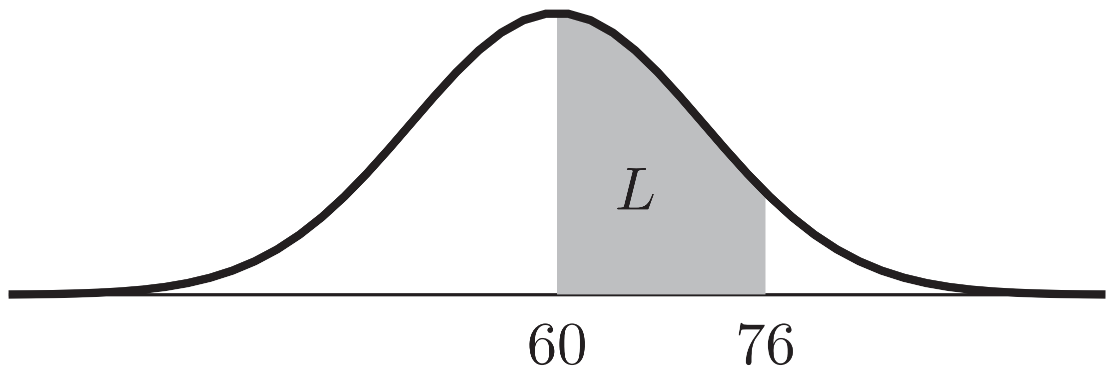


Contoh 1:

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
...										
0,0										
...										
1,3				0,9082						

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



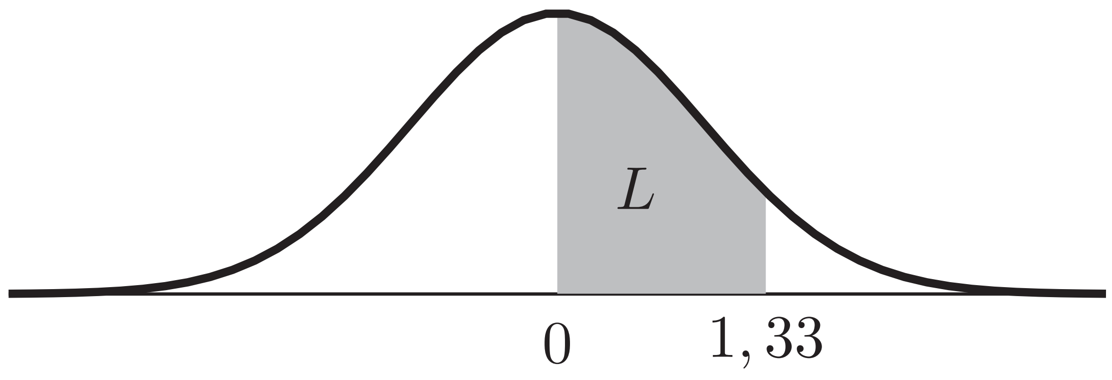
Contoh 2:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$

Hitunglah luas kurva Normal antara 60 sampai 76

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



Contoh 2:

transformasi dari $X = 60$ ke Z,

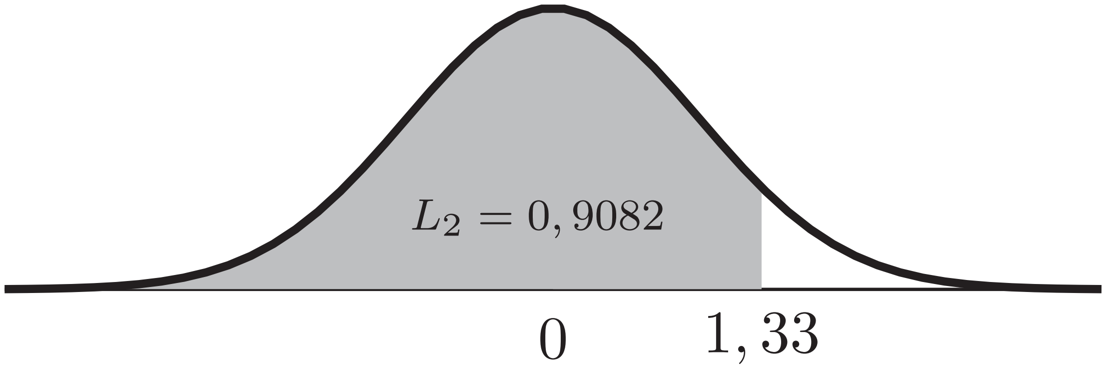
$$\begin{aligned} Z &= \frac{X - \mu}{\sigma} \\ &= \frac{60 - 60}{12} \\ &= 0 \end{aligned}$$

transformasi dari $X = 76$ ke Z,

$$\begin{aligned} Z &= \frac{X - \mu}{\sigma} \\ &= \frac{76 - 60}{12} \\ &= 1,33 \end{aligned}$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal

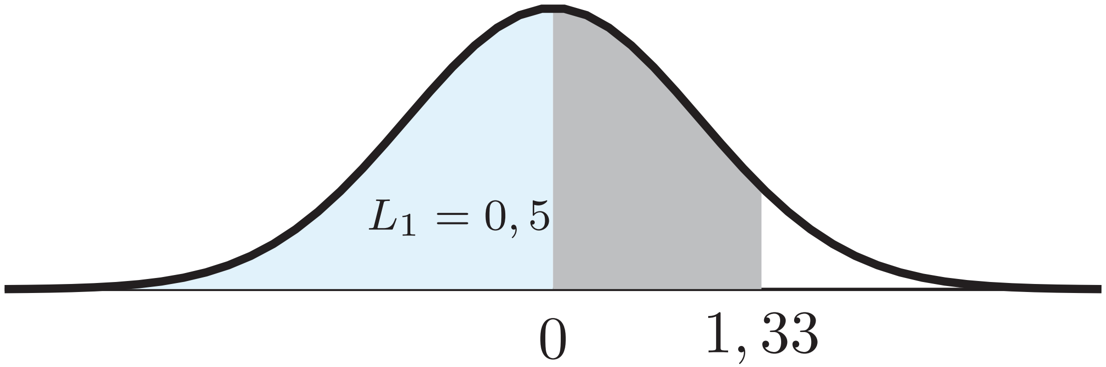


Contoh 2:

$$
\begin{aligned}
L &= L_2 - L_1 \\
&= 0,9082 - L_1
\end{aligned}
$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal

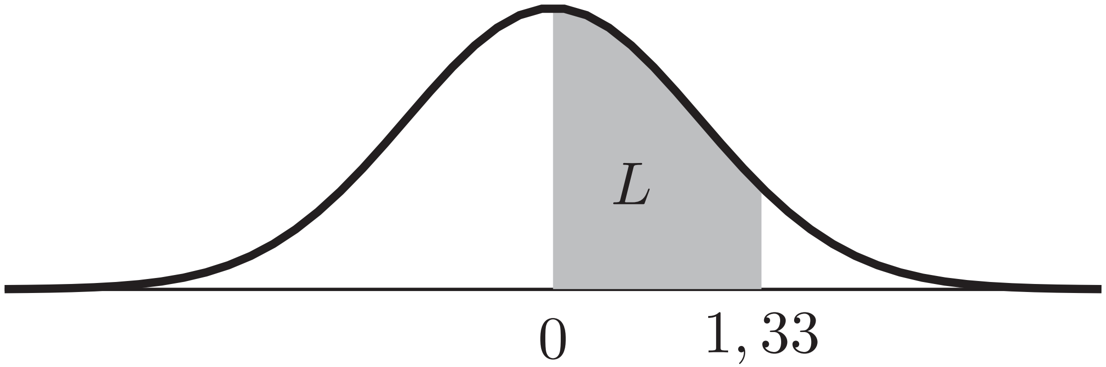


Contoh 2:

$$\begin{aligned} L &= L_2 - L_1 \\ &= 0,9082 - 0,5 \end{aligned}$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal

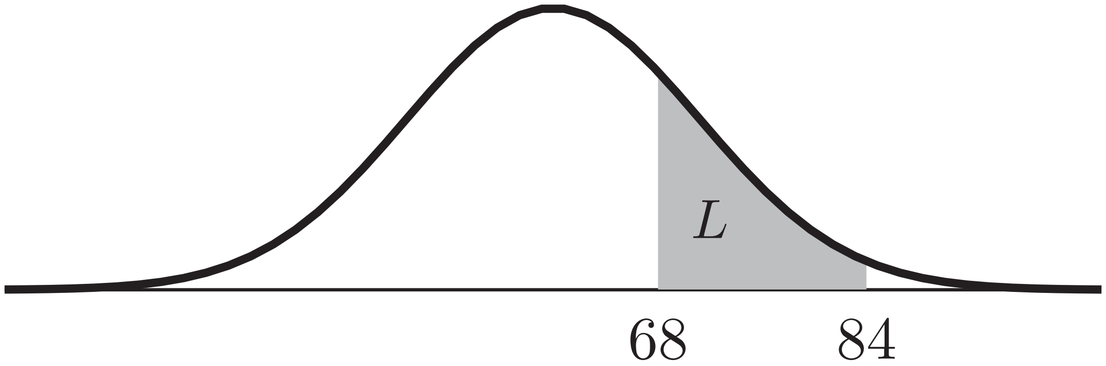


Contoh 2:

$$
\begin{aligned}
L &= L_2 - L_1 \\
&= 0,9082 - 0,5 \\
&= 0,4082
\end{aligned}
$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal

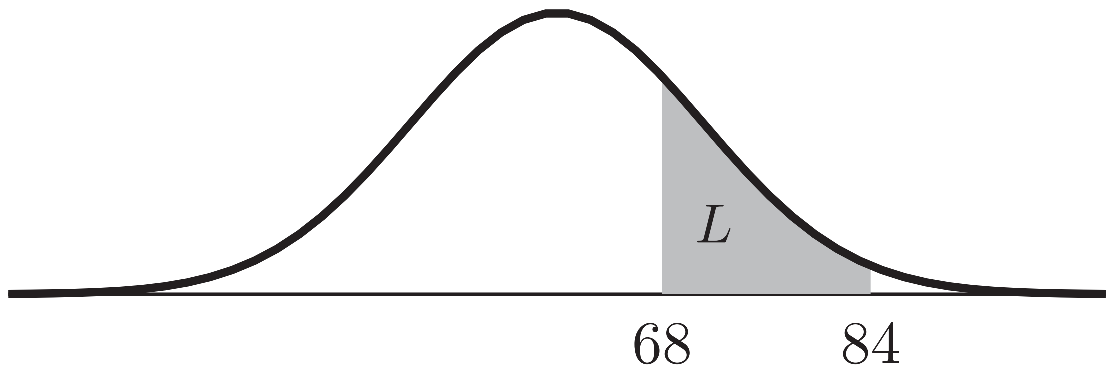


Contoh 3:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$. Hitunglah luas kurva Normal antara 68 sampai 84.

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



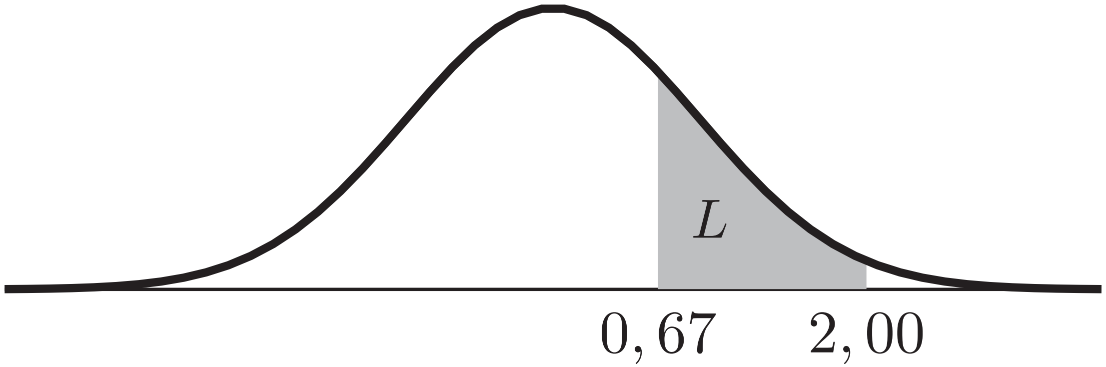
Contoh 3:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$. Hitunglah luas kurva Normal antara 68 sampai 84.

$L = P(68 \leq X \leq 84)$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



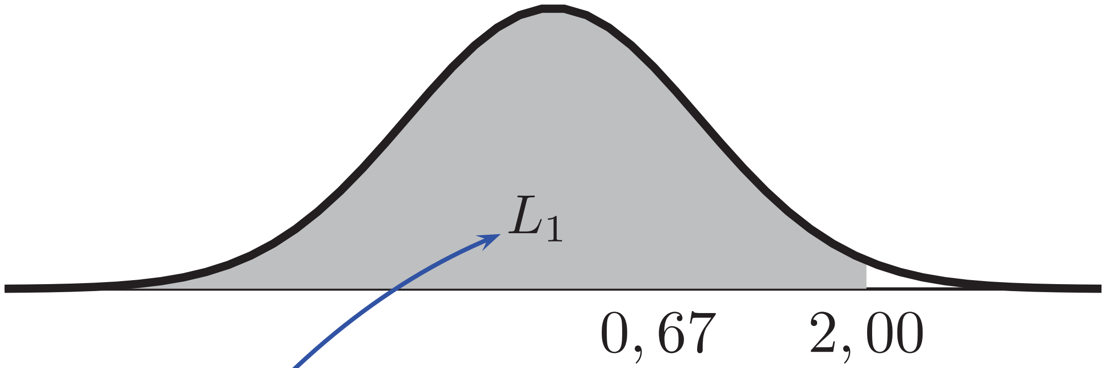
Contoh 3:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$. Hitunglah luas kurva Normal antara 68 sampai 84.

$$L = P(68 \leq X \leq 84)$$
$$= P(0,67 \leq Z \leq 2,00)$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



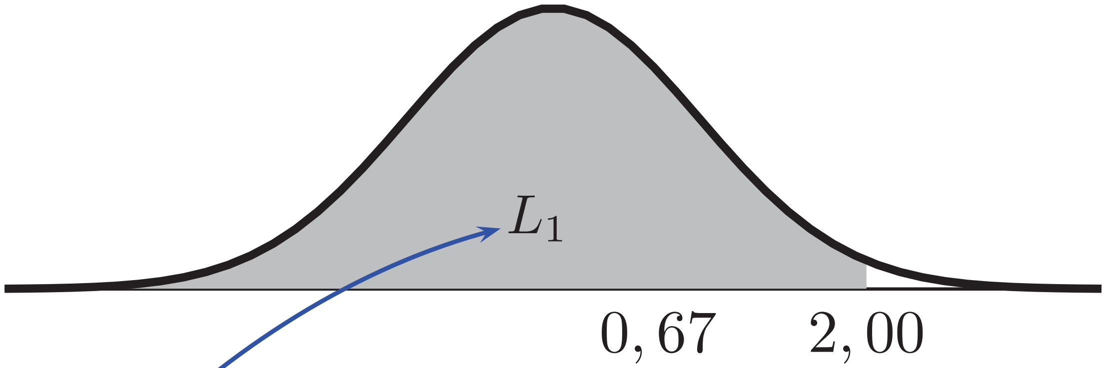
Contoh 3:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$. Hitunglah luas kurva Normal antara 68 sampai 84.

$$\begin{aligned} L &= P(68 \leq X \leq 84) \\ &= P(0,67 \leq Z \leq 2,00) \\ &= P(-\infty < Z \leq 2,00) - P(-\infty < Z \leq 0,67) \end{aligned}$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



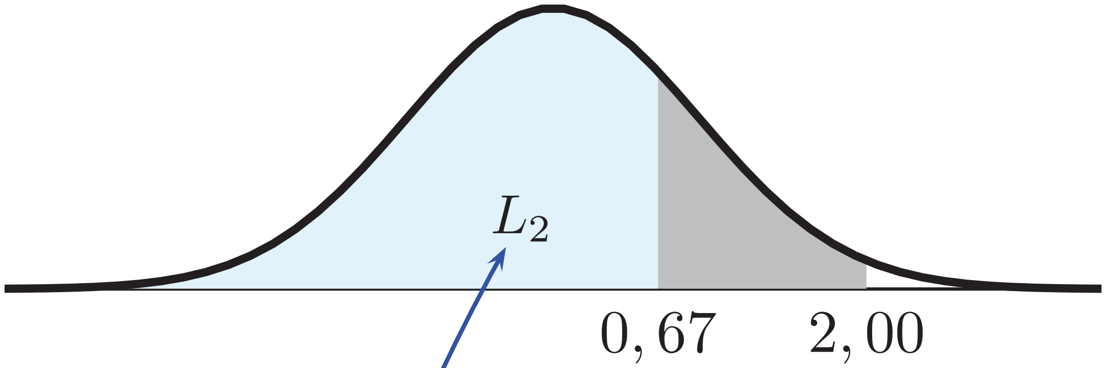
Contoh 3:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$. Hitunglah luas kurva Normal antara 68 sampai 84.

$$L = P(68 \le X \le 84)$$
$$= P(0,67 \le Z \le 2,00)$$
$$= 0,9772 - P(-\infty < Z \le 0,67)$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



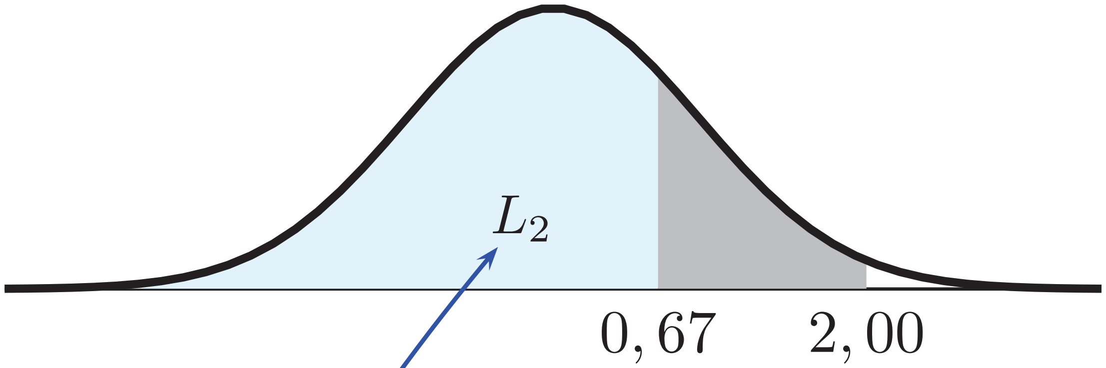
Contoh 3:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$. Hitunglah luas kurva Normal antara 68 sampai 84.

$$\begin{aligned} L &= P(68 \leq X \leq 84) \\ &= P(0,67 \leq Z \leq 2,00) \\ &= 0,9772 - P(-\infty < Z \leq 0,67) \end{aligned}$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



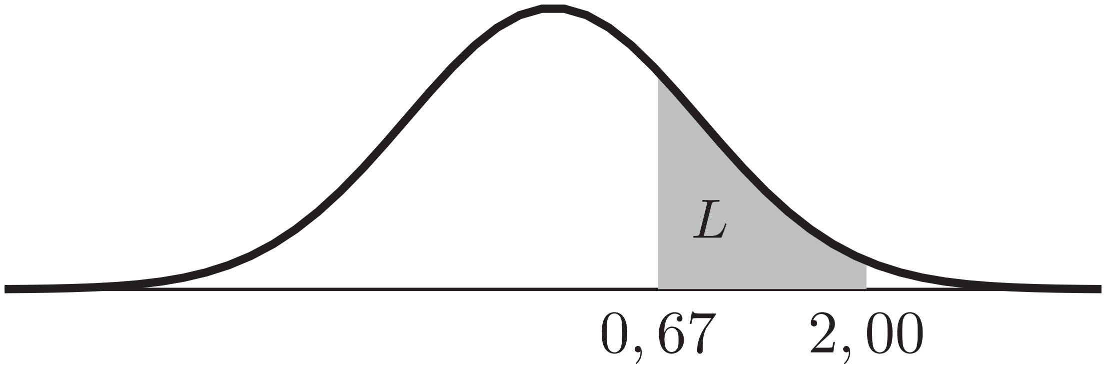
Contoh 3:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$. Hitunglah luas kurva Normal antara 68 sampai 84.

$$\begin{aligned} L &= P(68 \leq X \leq 84) \\ &= P(0,67 \leq Z \leq 2,00) \\ &= 0,9772 - 0,7486 \end{aligned}$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



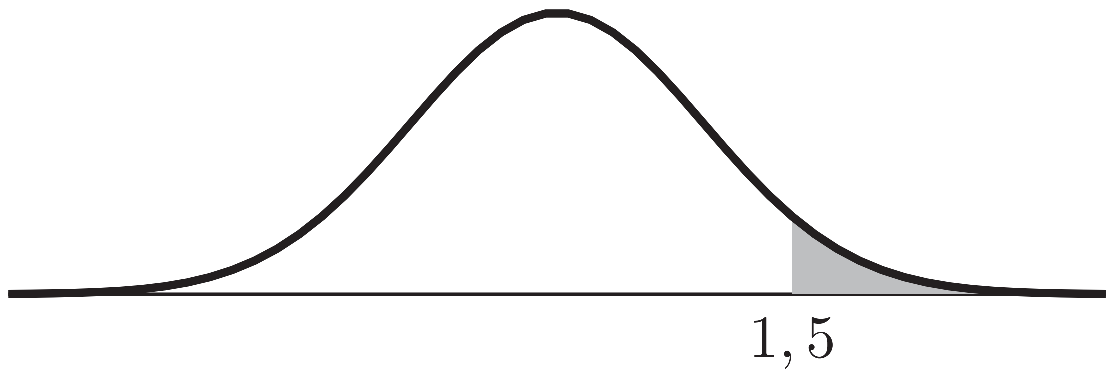
Contoh 3:

Distribusi Normal dengan mean $\mu = 60$ dan deviasi standar $\sigma = 12$, $N(60, 12^2)$. Hitunglah luas kurva Normal antara 68 sampai 84.

$$
\begin{aligned}
L &= P(68 \leq X \leq 84) \\
&= P(0,67 \leq Z \leq 2,00) \\
&= 0,2286
\end{aligned}
$$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal

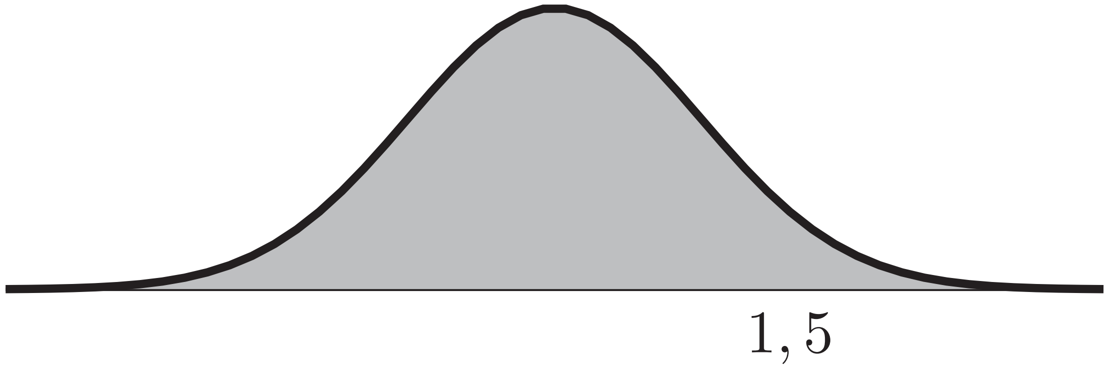


Contoh 4:

Diketahui $N(0,1)$, hitunglah $P(Z \geq 1,5)$.

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



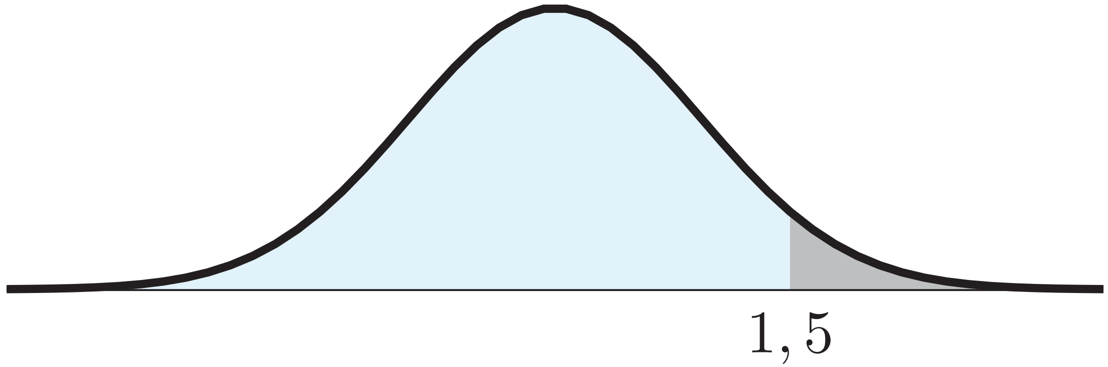
Contoh 4:

Diketahui $N(0,1)$, hitunglah $P(Z \geq 1,5)$.

$P(Z \geq 1,5) = 1 - P(-\infty \leq Z \leq 1,5)$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



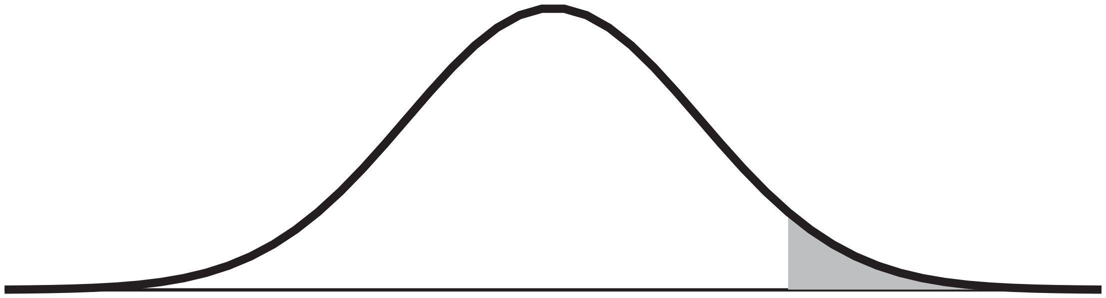
Contoh 4:

Diketahui $N(0,1)$, hitunglah $P(Z \geq 1,5)$.

$P(Z \geq 1,5) = 1 - P(-\infty \leq Z \leq 1,5)$

Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



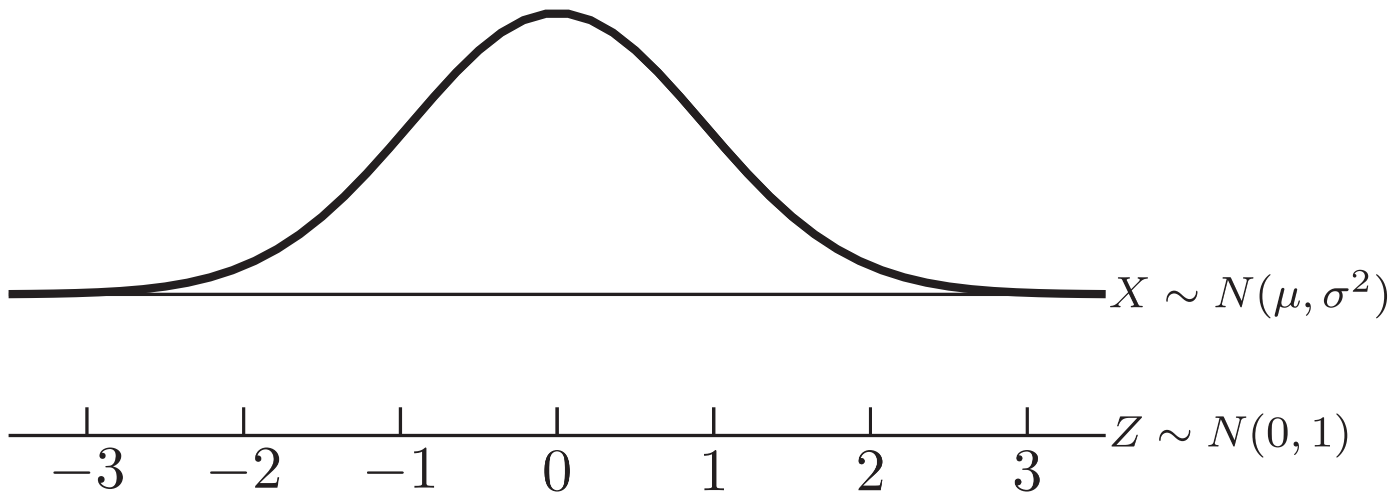
Contoh 4:

Diketahui $N(0,1)$, hitunglah $P(Z \geq 1,5)$.

$$\begin{aligned} P(Z \geq 1,5) &= 1 - P(-\infty \leq Z \leq 1,5) \\ &= 1 - 0,9332 \\ &= 0,0668 \end{aligned}$$

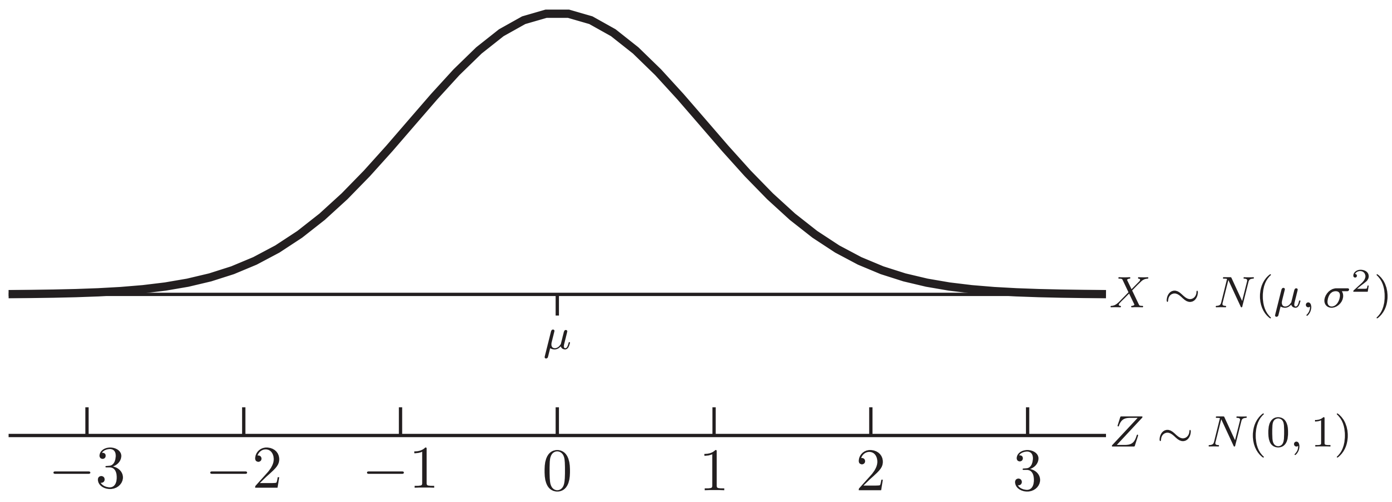
Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



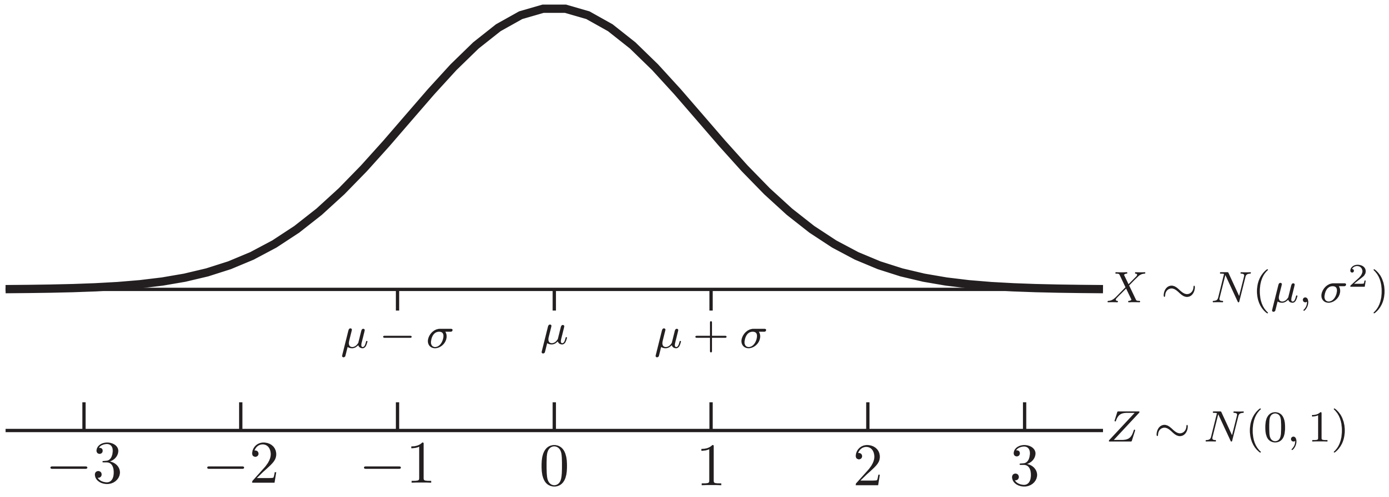
Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



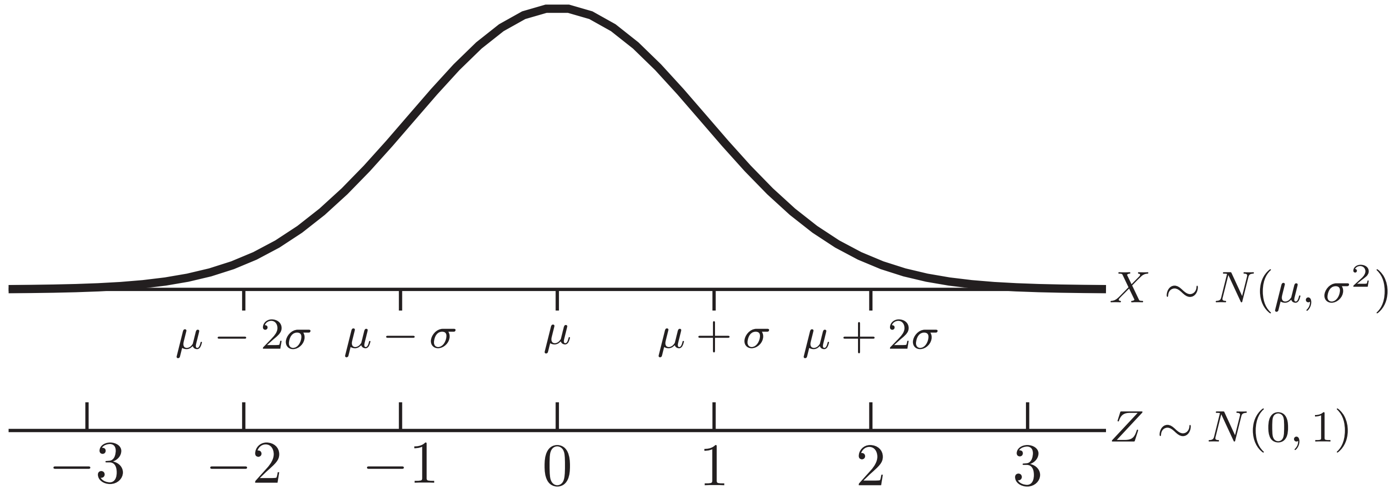
Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



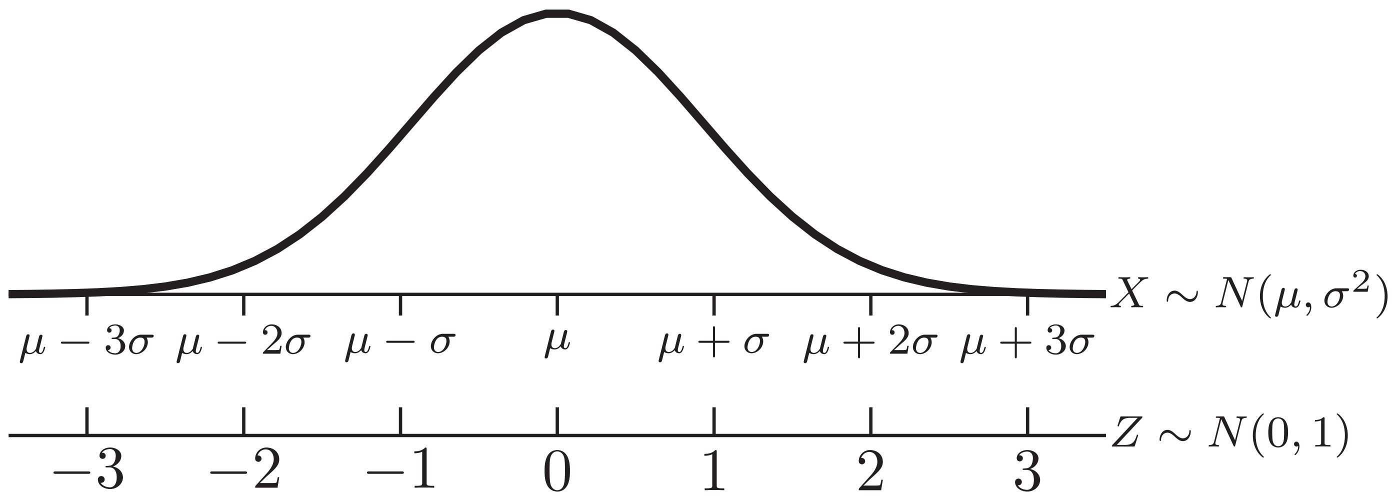
Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



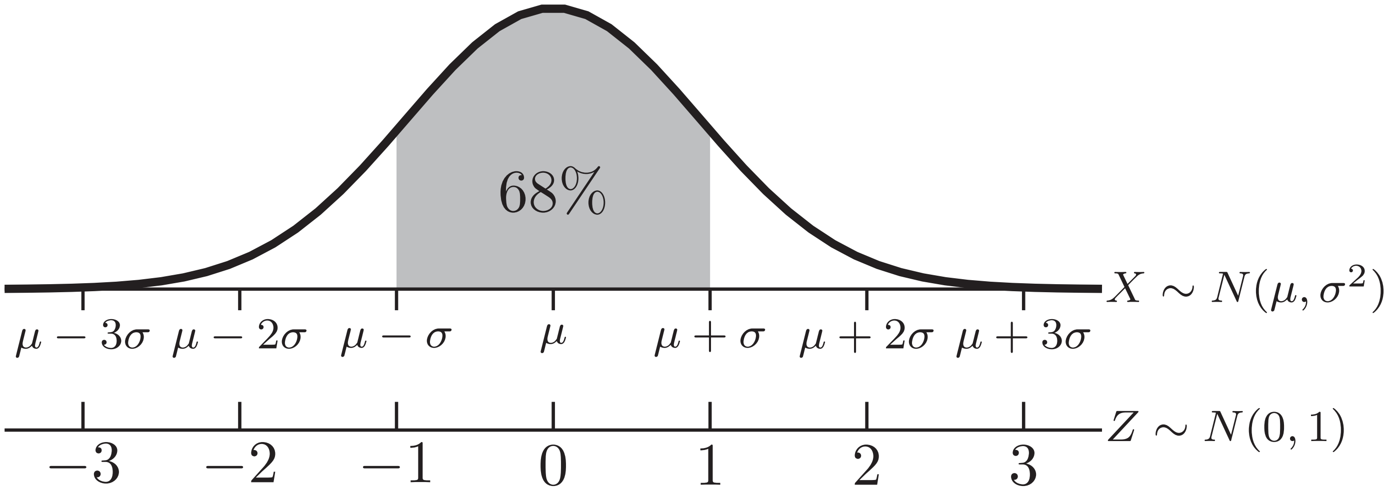
Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



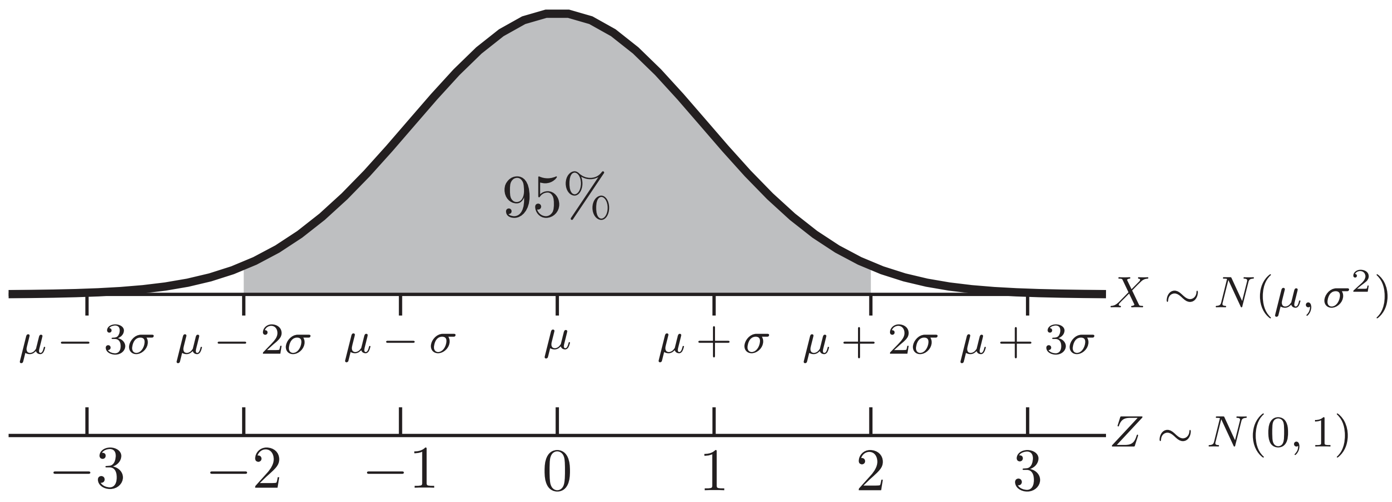
Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



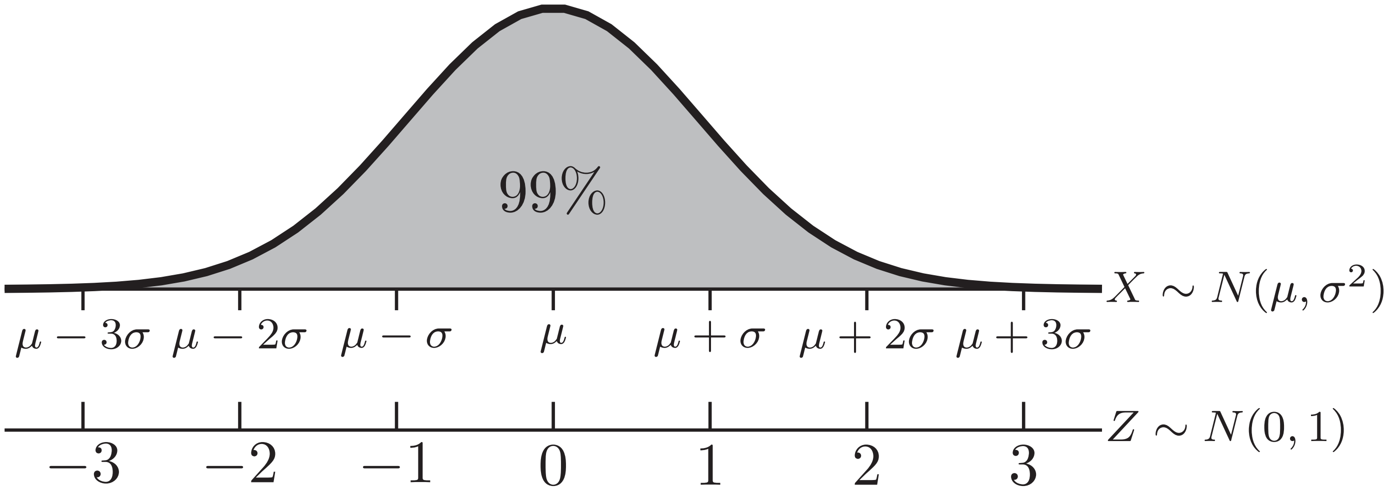
Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



Distribusi Normal

Luasan di bawah Kurva Normal



Distribusi Normal

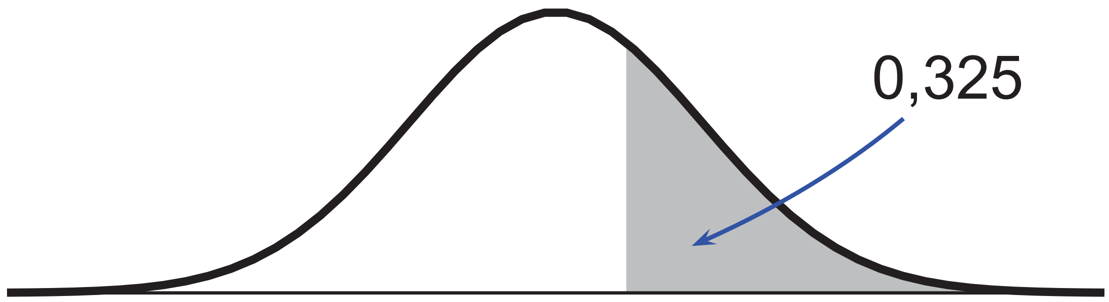
Contoh 5:

Nilai-nilai ujian seleksi penerimaan mahasiswa baru secara nasional dianggap berdistribusi Normal dengan mean 45 dan deviasi standar 13. Jika hanya 32,5% calon mahasiswa yang akan diterima, berapakah nilai terendah calon mahasiswa yang diterima?

Distribusi Normal

Contoh 5:

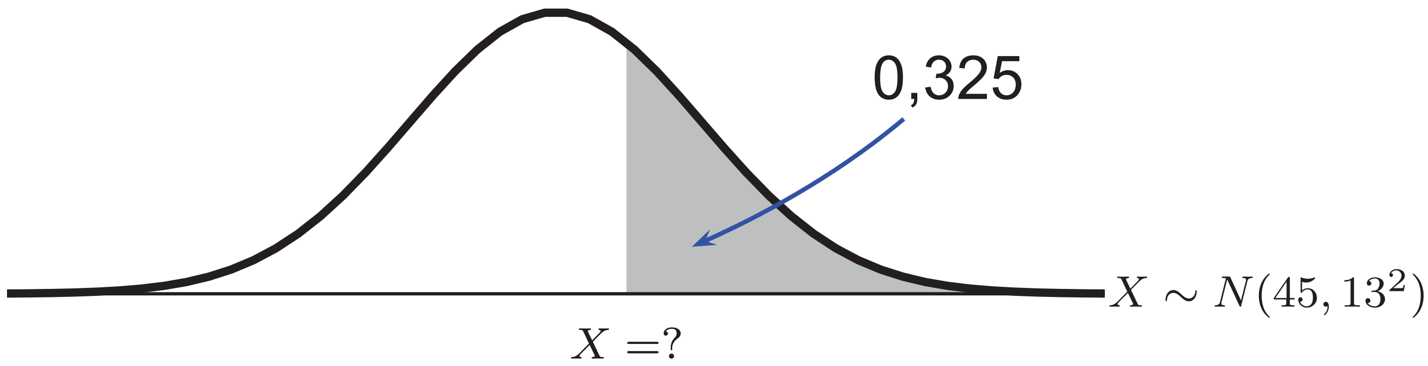
Nilai-nilai ujian seleksi penerimaan mahasiswa baru secara nasional dianggap berdistribusi Normal dengan mean 45 dan deviasi standar 13. Jika hanya 32,5% calon mahasiswa yang akan diterima, berapakah nilai terendah calon mahasiswa yang diterima?



Distribusi Normal

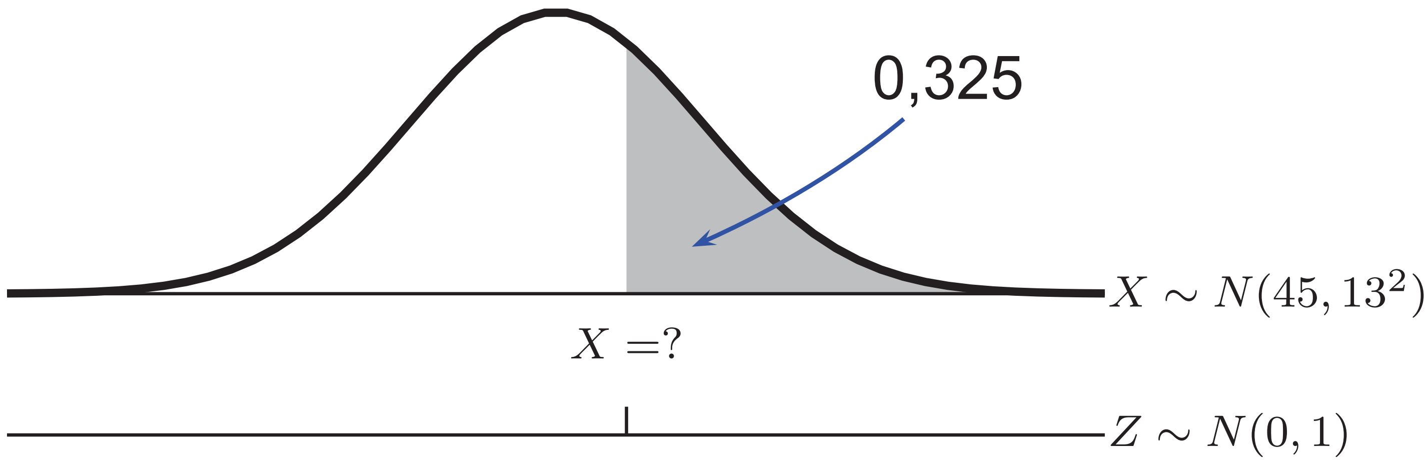
Contoh 5:

Nilai-nilai ujian seleksi penerimaan mahasiswa baru secara nasional dianggap berdistribusi Normal dengan mean 45 dan deviasi standar 13. Jika hanya 32,5% calon mahasiswa yang akan diterima, berapakah nilai terendah calon mahasiswa yang diterima?



Distribusi Normal

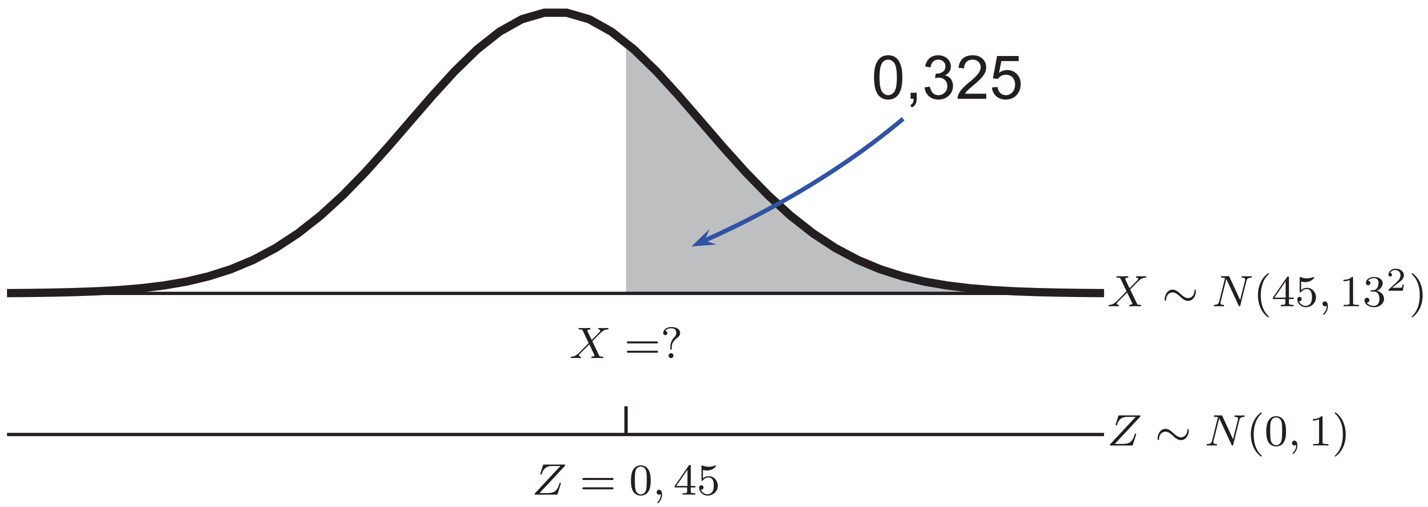
Contoh 5:
Nilai-nilai ujian seleksi penerimaan mahasiswa baru secara nasional dianggap berdistribusi Normal dengan mean 45 dan deviasi standar 13. Jika hanya 32,5% calon mahasiswa yang akan diterima, berapakah nilai terendah calon mahasiswa yang diterima?



Distribusi Normal

Contoh 5:

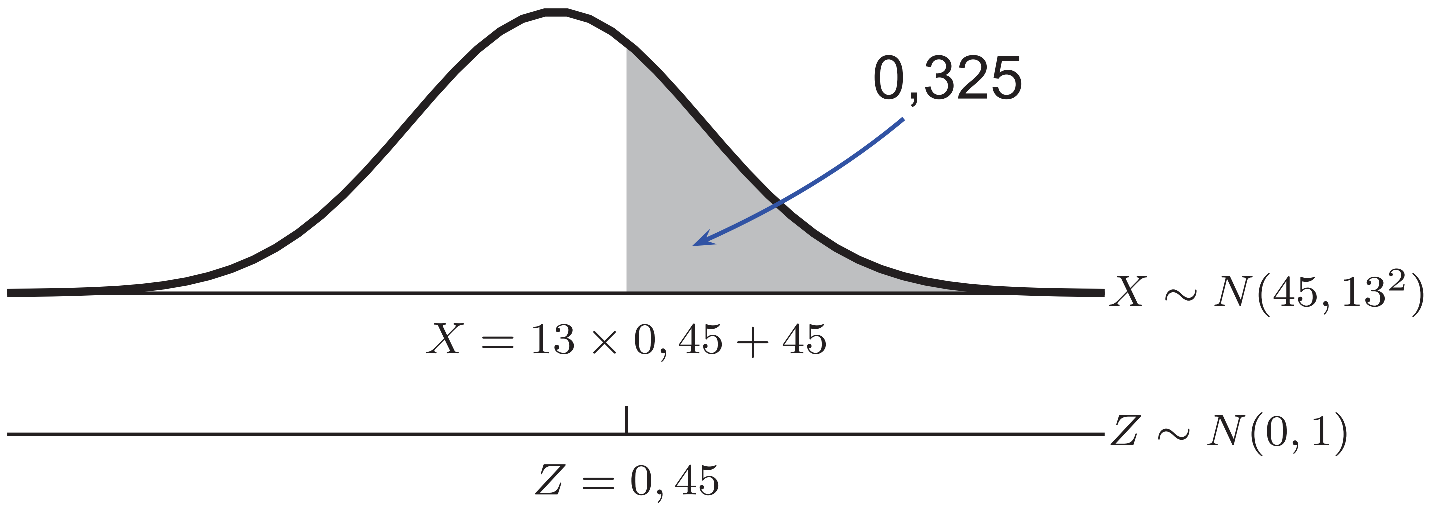
Nilai-nilai ujian seleksi penerimaan mahasiswa baru secara nasional dianggap berdistribusi Normal dengan mean 45 dan deviasi standar 13. Jika hanya 32,5% calon mahasiswa yang akan diterima, berapakah nilai terendah calon mahasiswa yang diterima?



Distribusi Normal

Contoh 5:

Nilai-nilai ujian seleksi penerimaan mahasiswa baru secara nasional dianggap berdistribusi Normal dengan mean 45 dan deviasi standar 13. Jika hanya 32,5% calon mahasiswa yang akan diterima, berapakah nilai terendah calon mahasiswa yang diterima?



Distribusi Normal

Contoh 5:

Nilai-nilai ujian seleksi penerimaan mahasiswa baru secara nasional dianggap berdistribusi Normal dengan mean 45 dan deviasi standar 13. Jika hanya 32,5% calon mahasiswa yang akan diterima, berapakah nilai terendah calon mahasiswa yang diterima?